

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de las Tecnologías
Industriales

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en
optimización mediante nubes de partículas
para el diseño de bonos soberanos”

Autor: Teresa Grandes Núñez

Tutor: Pablo Cortés Achedad



Dep. Organización Industrial
Escuela Técnica Superior de
Ingeniería
Universidad de Sevilla
2016



Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos”

Autor: Teresa Grandes Núñez

Tutor: Pablo Cortés Achedad

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2013

El Secretario del Tribunal

Autora: Teresa Grandes Núñez

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos

Autor: Teresa Grandes Núñez

Tutor: Pablo Cortés Achedad

DNI: 32059247-F

G.I.T.I

INDICE

1	Notación	9
2	Objeto del Proyecto	10
3	Antecedentes históricos	12
3.1	Causas de la burbuja inmobiliaria	12
3.2	Definición de hipoteca <i>subprime</i>	13
3.3	Causas de la crisis: explosión de la burbuja	14
3.4	Causas de la extensión de la crisis más allá de EEUU	17
4	Selección de la cartera de países.	19
5	Modelo de gestión del riesgo	31
5.1	Portafolio de inversión	31
5.2	Modelo de Markowitz.	34
5.2.1	Medición del rendimiento del portafolio	34
5.2.2	Medición del riesgo del portafolio	35
5.3	Modelo de optimización multicriterio: rentabilidad y riesgo	38
5.3.1	Resultado del rendimiento y el riesgo esperado del portafolio de inversión	38
5.3.2	Desarrollo del modelo	41
6	Algoritmo Basado en Nubes de Partículas	44
6.1	Aspectos previos relativos a los algoritmos basados en nubes de partículas	44
6.2	Descripción general del algoritmo PSO	46
6.3	Particularización del PSO al problema de inversión en bonos soberanos	50
6.3.1	Codificación	51
6.3.2	Inicialización Nube de Partículas y Nube de velocidades	52
6.3.3	Evaluación de la aptitud	52
6.3.4	Desplazamiento de las partículas en el espacio de búsqueda	53
6.3.5	Pseudocódigo	55
7	Diagramas de flujo	58
7.1	Crear vector	58
7.2	Admisibilidad del vector	60
7.3	Crear vector velocidad	68
7.4	Crear Nube de población	69
7.5	Crear Nube de velocidades	71
7.6	Calcular Adaptación	72

7.7	Síntesis global	75
8	Calibración del algoritmo	81
8.1	Calibración de la cota inferior y superior	82
8.2	Calibración del Mínimo y Máximo total a invertir	85
8.3	Calibración de la velocidad máxima	88
8.4	Calibración del factor de inercia inicial y final.	89
8.5	Calibración del tamaño de la Nube	91
8.6	Calibración del umbral	94
8.7	Calibración del número total de iteraciones	95
8.8	Resultados finales de la calibración	98
9	Análisis de los resultados obtenidos	100
9.1	Análisis a Largo Plazo	101
9.1.1	Escenario 1: $\alpha=0$ $\beta=1$	101
9.1.2	Escenario 2: $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$	102
9.1.3	Escenario 3: $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$	104
9.1.4	Escenario 4: $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$	104
9.1.5	Escenario 5: $\alpha=1$ $\beta=0$	106
9.2	Análisis a Medio Plazo	107
9.2.1	Escenario 1: $\alpha=0$ $\beta=1$	107
9.2.2	Escenario 2: $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$	108
9.2.3	Escenario 3: $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$	109
9.2.4	Escenario 4: $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$	110
9.2.5	Escenario 5: $\alpha=1$ $\beta=0$	111
9.3	Análisis a Corto Plazo	112
9.3.1	Escenario 1: $\alpha=0$ $\beta=1$	113
9.3.2	Escenario 2: $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$	114
9.3.3	Escenario 3: $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$	115
9.3.4	Escenario 4: $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$	115
9.3.5	Escenario 5: $\alpha=1$ $\beta=0$	116
9.4	Análisis del tiempo computacional de ejecución	117
10	Conclusión	120
11	Bibliografía	122

1 Notación

w_i : Porcentaje invertido en el bono del país i .

α : Parámetro que pondera tanto en el MENB como en el MPI el riesgo.

β : Parámetro que pondera tanto en el MENB como en el MPI el rendimiento.

R_i : Término que hace referencia al rendimiento del bono i .

T.F.G: Trabajo de Fin de Grado.

A.G.: Algoritmo Genético.

L/P: Horizonte temporal a Largo Plazo, diez años para este problema.

M/P: Horizonte temporal a Medio Plazo, tres años para este problema.

C/P: Horizonte temporal a Corto Plazo, seis meses para este problema.

FMI: Fondo Monetario Internacional.

UE: Unión Europea

MENB: Modelo con Especificación en el número de bonos.

MPI: Modelo de Porcentajes de Inversión.

BCE: Banco Central Europeo.

2 Objeto del Proyecto

El objetivo primordial desarrollado es el estudio del riesgo y rentabilidad en la inversión en bonos de una determinada cartera formada por 11 países de todo el mundo, con el fin de destinar el capital a invertir a aquellos Estados que proporcionen un mayor rendimiento. Para ello se empleará una función objetivo multicriterio, a través de la cual se disminuye el riesgo y se maximiza la rentabilidad simultáneamente.

Para la elección del conjunto de países de dicha cartera de inversión se construye un modelo de optimización, el cual se resolverá mediante una de las variantes de la metaheurística PSO, en la cual se trabaja con variables binarias y fraccionarias al mismo tiempo.

Otro aspecto a comentar es el período de tiempo en el que se basan los estudios. De modo que se tomarán datos reales desde el inicio del año 2007 en Enero (correspondiendo aproximadamente al comienzo de la actual crisis económica) hasta Diciembre 2011 con el objeto de vaticinar la inversión para 2012.

En cuanto a la totalidad de los países que conforman la cartera, con el propósito de que fuera lo más representativa posible, aparecen en ella desde las principales economías mundiales (EE.UU), pasando por países emergentes (Brasil) o con graves problemas financieros (Grecia) hasta llegar a países de alto riesgo (España).

Por otra parte, una vez implementado el modelo de optimización matemático creado, se tiene como resultado en qué países se debe realizar la inversión y qué porcentaje de los fondos va destinado a cada país. Asimismo se considera la opción de invertir tanto a corto, como medio como a largo plazo. Todo esto vendrá limitado por ciertas restricciones, el capital a invertir estará comprendido en un conjunto en el que se establecerá la cantidad mínima y máxima que se podrá emplear. Por otra parte, la cantidad a invertir en un país también estará acotada para que haya una gama más diversificada.

El método de resolución basado en PSO, por ser un proceso metaheurístico, no aseguraría el óptimo, pero sí soluciones competentes. Dicho método entra dentro de la categoría de metaheurísticas basadas en población, en concreto está inspirada en el comportamiento del vuelo de las bandadas de aves o el movimiento de los bancos de peces. Cada partícula del algoritmo (corresponde con una solución del problema) decide el movimiento que va a llevar a cabo teniendo en cuenta tanto un componente social como individual.

Se ha implementado dicho algoritmo mediante MATLAB, tomando como referencia el PSO binario. Se ha trabajado con variables binarias y fraccionarias, para posteriormente comparar los resultados con un modelo similar resuelto mediante el programa de optimización SOLVER.

El objetivo principal es el estudio del comportamiento del PSO para un problema real y, por consiguiente, visualizar de forma más clara la comparativa de soluciones experimentales adecuadas para el contexto en el que se necesita con soluciones óptimas de un problema similar. En definitiva, se centra en el análisis y equiparación de la metaheurística basada en nubes de partículas con el programa de optimización SOLVER.

Por último recalcar, el estudio se realiza en un período de la historia donde la economía estaba en una situación crítica caracterizada por la inestabilidad, provocando oscilaciones en el mercado bastante importantes y aún así, se comprueba el buen funcionamiento del algoritmo frente a esta situación tan hostil y variable.

No obstante, también se presentan ciertas limitaciones que vienen adheridas con la naturaleza de la metaheurística PSO. No nos proporciona soluciones óptimas pero mediante un correcto calibrado se puede llegar a respuestas adecuadas a lo que se pide y de buena índole en un plazo de resolución válido para intervenir en tiempo real.

3 Antecedentes históricos

A lo largo del último decenio podríamos afirmar que la situación económica a nivel global ha sido cuánto menos convulsa e irregular. Hablamos de un período de gran volatilidad respecto a la rentabilidad de los diferentes activos de inversión (renta variable y renta fija), como consecuencia, la confianza de los inversores se ha visto seriamente mermada.

Como todo proceso, la crisis de estos últimos años tiene un origen y un final. Cabe destacar como punta de flecha de ésta situación la crisis de las hipotecas *subprime* en Estados Unidos. Para intentar comprender mejor este fenómeno procuraremos desgranar una serie de puntos muy vinculados entre sí y que explican a la perfección el desarrollo temprano de la crisis global que ha asolado a gran parte del mundo hasta fechas muy recientes:

- ☐ Causas de la burbuja inmobiliaria.
- ☐ Definición de hipoteca *subprime*.
- ☐ Causas de la crisis.
- ☐ Causas de la extensión de la crisis más allá de EEUU.

3.1 Causas de la burbuja inmobiliaria

En primer lugar podemos definir una burbuja económica como el crecimiento desmesurado de un mercado específico con un fin especulativo. Es decir, el uso real o la utilidad que proporciona la compra/venta de un determinado bien o servicio se desvincula de entre las razones fundamentales de tal compra/venta, quedando como último motivo de los movimientos del mercado el afán de los agentes de ver incrementada su riqueza en una especie de estampida sin la más mínima racionalidad económica.

Dada la definición anterior cabe destacar que en los EEUU se produjeron una serie de acontecimientos durante el comienzo del S.XXI que precipitó una serie de políticas monetarias expansivas por parte de las FED, los dos factores principales fueron:

- ☐ Estallido de la burbuja de las <<puntocom>>.
- ☐ Atentado del 11S.

Ante estos dos gravísimos acontecimientos la Reserva Federal tomó la decisión de disminuir los tipos de interés para estimular la economía. Ello, sumado a un proceso liberizador de mercados que venía produciéndose desde la administración Reagan (años 80), trajo consigo un incremento considerado de la demanda del mercado inmobiliario produciéndose una disociación entre precio y valor.

Debemos sumar a esta serie de factores a principio de los noventas la creación de diversos productos financieros, denominados productos derivados (CDO por sus siglas en inglés), donde debemos englobar a las hipotecas *subprime*, que a continuación se explican de forma detenida.

3.2 Definición de hipoteca *subprime*

Para una mejor comprensión del funcionamiento de este tipo de hipotecas es necesario antes analizar el mercado crediticio característico de los EEUU.



Figura 3.2.1: Cadena de pagos de préstamos

Fuente: Documental “INSIDE JOB”

En la figura 3.2.1 se muestra la cadena de pagos de préstamos (*loan payments*) que surge a raíz de la liberalización del mercado hipotecario.

En un principio, los compradores de casas (*home buyers*) adquirían sus préstamos de acreedores locales (*lenders*), dado que el amortización de un préstamo para la adquisición de una casa suele realizarse en el largo plazo, los pequeños acreedores locales solían tener una elevada aversión al riesgo y, por tanto, se caracterizaban por el otorgamiento de hipotecas con una baja probabilidad de impago.

Posteriormente a tal cadena de pagos se le suman otro dos agentes: los bancos de inversión y los inversores globales.

Son los bancos de inversión los encargados de crear productos financieros más complejos tales como los CDO donde cada “paquete” de dicho producto está compuesto por multitud de partes de créditos de la más diversa procedencia (miles de hipotecas, créditos a vehículos, a estudiantes, a tarjetas de créditos, etc.).

A su vez estos bancos de inversión pagaban a agencias calificadoras para que evaluaran el riesgo de los productos, y muchos de ellos recibían la triple A (AAA), que se suponía la más segura de todas las calificaciones. Ello produjo que dichos productos se hicieran muy popular entre inversores conservadores. Sin embargo dentro de los paquetes de CDO se encontraban muchas hipotecas *subprime* (créditos de alto riesgo), las cuales también adquirían la calificación de triple A.

Por tanto, en pocas y claras palabras, se camuflaron créditos de alto riesgo como créditos seguros y de alta solvencia. A su vez, la concesión de estas hipotecas subprime se dispararon debido a la existencia de un mercado capaz de absorber tal oferta. La elevada demanda inmobiliaria facilitada por este proceso hizo subir los precios de los inmuebles de forma exagerada. La burbuja inmobiliaria se hizo imparable.

3.3 Causas de la crisis: explosión de la burbuja

Como se determinó anteriormente, la FED llevó a cabo una política monetaria expansiva a principios del S. XXI (2000-2004). No obstante, a partir de 2004 la Reserva

Federal cambia de rumbo su política monetaria subiendo los tipos de interés del 1% al 5,25% como consecuencia de un alarmante incremento de la inflación.

Gráfico IPC Estados Unidos 2004

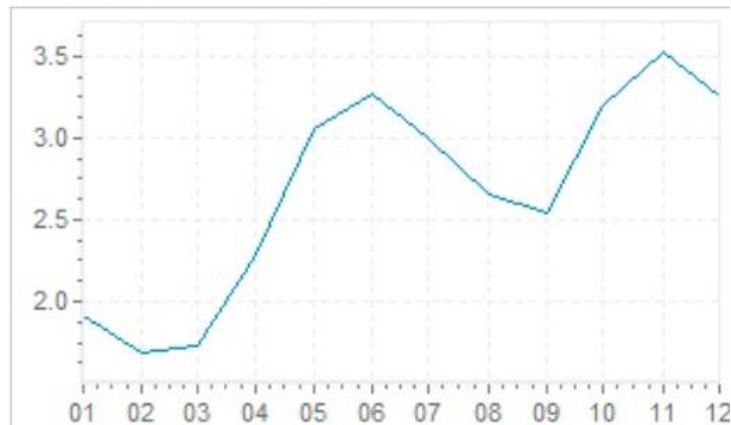


Figura 3.3.1:Gráfico IPC EE.UU 2004

Fuente: <http://es.global-rates.com/estadisticas-economicas/inflacion/2004.aspx>

La cual a finales de año se había situado en un 3%, cuando el objetivo deseado por la Reserva Federal se situaba en el 2%.

Sin embargo el incremento de los tipos de interés también trajo por su parte otro movimiento desfavorecedor a las hipotecas *subprime*: ya que el tipo de interés de éstas estaba establecido generalmente variables e indexados a los tipos establecidos al dinero por la Reserva Federal. Ello encareció de forma abusiva los intereses generados por dichas hipotecas, si recordamos que los adquirentes de tales créditos eran personas cuya solvencia era cuestionable, es lógico pensar que la consecución de impagos fue cada vez mayor y más alarmante debido al encarecimiento de dichos productos. Como bien puede observarse en el gráfico de la figura 3.3.2 de la página siguiente, donde la morosidad en más de 30 días ascendió a un total del 10% del conjunto de las hipotecas.

A esta circunstancia debemos sumar el desmesurado apalancamiento que los bancos de inversión fueron adquiriendo paulatinamente. Este endeudamiento estuvo regulado por límite coherente establecido por el Gobierno, sin embargo, a partir de 2004 tal límite fue suprimido llegando algunos bancos de inversión a alcanzar cotas de endeudamiento de 33:1, es decir, por cada euro propiedad del banco invertido en sus activos financieros,

33 eran adquiridos mediante préstamos, lo que supone un elevado riesgo de insolvencia por parte de los bancos ante situaciones de crisis y shocks externos.

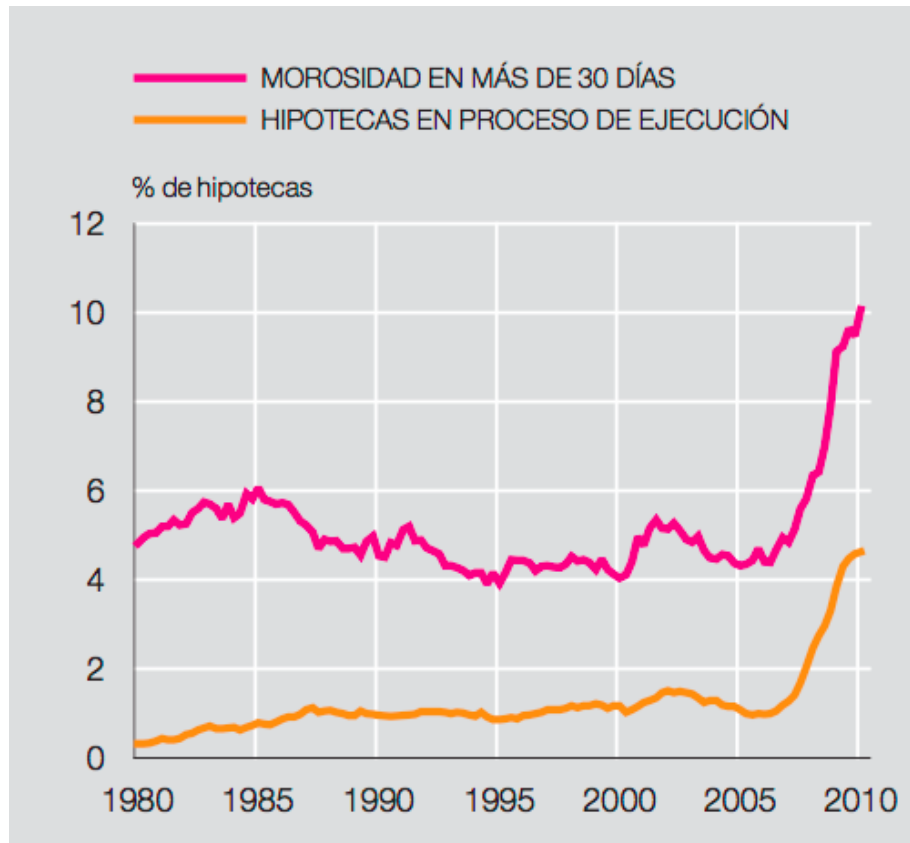


Figura 3.3.2: Impagos hipotecarios vs hipotecas en ejecución

Fuente: BdE (El mercado hipotecario residencial en Estados Unidos. Evolución, estructura e interrelación con la crisis)

Dado que dichos bancos se habían posicionado como gigantes en el entorno económico a nivel nacional, la situación delicada por la que estaban pasando debido a la dificultad de financiación y a la atención de pagos a sus acreedores, hizo cundir el pánico a nivel bursátil. Así las cosas, a finales de 2007 los mercados de valores de todo EEUU comenzaron a desplomarse inevitablemente. A ellos debemos sumar otros factores externos tales como el incremento de precio de las materias primas, el aumento de la inflación y el estancamiento del crédito.

3.4 Causas de la extensión de la crisis más allá de EEUU

Dado que los activos de deuda (bonos, títulos de créditos, etc.) pueden ser objeto de transacción, y gracias al desarrollo de las nuevas tecnologías y al fenómeno de la globalización, la venta de las hipotecas las *subprime* (camufladas de CDO's con clasificación AAA) fueron capaces de sobrepasar las fronteras estadounidenses. Así pues, fueron millares los bancos de inversión de otros países los que también comenzaron a sufrir pérdidas, dado que éstos también había adquirido una gran cantidad de deuda de hipotecas *subprime* que resultaron ser insolventes.

Además estos bancos de inversión tuvieron gran facilidad en recolocar dichos títulos en un ingente número de inversores adversos al riesgo, hablamos por ejemplo de aseguradoras de planes de pensiones.

Con ello, al estallar la crisis en el año 2007, ésta tuvo la capacidad de propagarse rápidamente a través de diversos canales, produciendo pérdidas de miles de millones de dólares. Muchas entidades no pudieron hacer frente a los pagos, comenzando la cascada de quiebras, cierres y rescates con el dinero de los contribuyentes. Cabe destacar como símbolo de esta crisis la declaración de bancarrota del banco de inversión de *Lehman Brothers* el 15 de Septiembre de 2008.

Lo que al principio pareciera un simple problema de liquidez bancario, pronto tuvo la capacidad de convertirse en una de las mayores crisis de los últimos 50 años de nuestra historia, en parte a la mala práctica de los bancos, en parte al efecto contagio.

Ante tales perspectivas, la actuación de los bancos centrales no tardó mucho en presentarse. Así pues se produjo una inyección masiva a los bancos por valor de miles de millones de euros con el objetivo de reforzar los mercados y evitar que el pánico los inundase y provocase un desplome masivo.

Sin embargo, estas serie de medidas o consiguieron resolver la crisis de liquidez, ya que a esta se había unido un factor muy importante, la desconfianza generada por una incorrecta valoración de los riesgos. Ello provocó una serie de consecuencias:

- Que las agencias de calificación de riesgos (siendo las más conocidas “*Standard & Poors’s*”, “*Moody’s*” o “*Fitch*”) dedicadas a evaluar la solvencia y la calidad crediticia de las empresas y a calificarlas según distintas variables comenzaron a ser cuestionadas y perdieron una parte importante de su prestigio.
- Que las entidades comenzaron a ser reacias a prestarse dinero entre ellas, tal y como había ido sucediendo hasta la fecha, provocando la inmovilización de los mercados financieros.
- Que los legisladores, tanto norteamericanos como europeos, comenzaron a barajar el endurecimiento de los criterios para la concesión de créditos.

Todo ello provocó, la falta de crédito disponible para los bancos, las empresas y los particulares y ha traído las negativas consecuencias que se han vivido en estos tiempos, recesión, cierre de empresas, pérdida de empleos, crisis y el empeoramiento de las condiciones de vida de los ciudadanos.

4 Selección de la cartera de países.

Como ya se adelantaba en el objeto del proyecto, la intención principal consistía en formar una cartera lo más representativa posible, donde se tenga la alternativa de invertir en países que nos aporten más seguridad a países que conllevaran un cierto riesgo pero consigo también traerían una rentabilidad alta en caso de éxito. De este modo, el conjunto debería estar formado por las principales economías mundiales, como EE.UU , Reino Unido y Alemania, en contraste también deberían aparecer países emergentes ,por ejemplo Portugal o Grecia, y por otro lado también parte de la cartera debería representar a los países emergentes como Brasil o Australia y otros en alto riesgo como es el caso de España e Italia.

Teniendo en cuenta los cuatro escenarios que deben estar representados en la cartera de inversión, se escogerán los países que cuenten con una disponibilidad de datos a través de los cuales se estudiará la rentabilidad de cada uno de ellos, prestando especial atención al riesgo que significaba invertir en Enero de 2012.

La evaluación del riesgo de la inversión en cada país se establece de acuerdo a la valoración dada por las principales Agencias de Calificación, esto es *Fitch*, *Standard & Poor's* y *Moddy's*, en dos fechas clave: Diciembre de 2011 y Diciembre de 2012. De esta manera, se obtendrá, además, una primera aproximación a la evolución de la economía de cada uno de estos países, según la valoración dada por las mencionadas Agencias de Calificación en cuanto al riesgo de invertir en deuda soberana.

Antes de continuar con el análisis de países que deberían conformar la cartera, es preciso anotar algunas definiciones y aclaraciones para poder asimilar mejor el proceso de selección realizado:

-Rating o calificación de la deuda: evalúa la capacidad de las empresas para pagar sus obligaciones de deuda(es decir, de solvencia) y el nivel de riesgo que conlleva invertir en ellas (en este caso, bonos del Estado). Lo que se intenta es ofrecer un indicador de la probabilidad de pago en la fecha prevista, tanto del principal como de los intereses, por parte del emisor de la deuda.

Hay que recalcar la importante función de las agencias de calificación, ya que la mera comunicación de una mera baja de rating para una compañía o país suele encadenar efectos inminentes sobre su valoración por parte del mercado, ya sea por el incremento de la prima de riesgo del país o por el descenso en la cotización de las acciones de la empresa afectada. En definitiva, cuanto peor sea la calificación mayor será el riesgo contraído por los potenciales inversores.

-Riesgo soberano: mide el riesgo de impago de los bonos de deuda pública emitidos por un país en el que se realiza la inversión. Cada país posee condiciones sociales, políticas y económicas que generan un riesgo específico para las inversiones que se realicen en dicho país, y todas estas circunstancias condicionan el riesgo del país o el riesgo soberano. Generalmente el riesgo país viene expresado como una prima de riesgo.

-Las agencias de rating tienen en cuenta los siguientes factores a la hora de calificar a las distintas entidades:

- La evolución pasada, presente y expectativas futuras del emisor.
- El entorno económico (tanto macro como microeconómico).
- La postura del emisor dentro de su sector.
- El grado de prioridad de los acreedores en el caso de impago.
- El entorno jurídico y normativo.
- Los objetivos y la posición de los directores y accionistas.

Las principales agencias de calificación reconocidas a nivel internacional corresponden a las multinacionales norteamericanas *Moddy's*, *Fitch* y *Standard & Poor's*. Forman parte de los organismos más influyentes económicamente a nivel mundial.

Tienen como misión analizar las cuentas y balances económicos de las empresas, gobiernos y entidades sin ánimo de lucro, entre otros. Pero no sólo se centran en los números, sino que también estudian estadísticas pasadas con el fin de realizar comparaciones y poder realizar un dictamen que se aproxime lo máximo posible a la marcha futura de la entidad. De esta forma, concluyen con la elaboración de una calificación que ayuda a los inversores a tener una idea de la calidad y seguridad de la inversión.

Para hacer sus valoraciones emplean códigos de letras, la escala va desde la triple A para representar la máxima calificación de crédito (aquellas que tienen menor riesgo, significa que la deuda o el país emisor y el cobro de los intereses tiene todas las garantías) hasta la D, donde invertir en este fondo conlleva riesgos, ya que se trata de la peor calificación.

A continuación, se muestra la tabla 4.1 donde se explica la representación de cada código empleado por las tres agencias citadas anteriormente a la hora de calificar el riesgo.

Tabla 4.1: Sistema alfabético empleado para la calificación del crédito.

	Moody's	S & P	Fitch
Principal	Aaa	AAA	AAA
Alto grado	Aa1	AA+	AA+
	Aa2	AA	AA
	Aa3	AA-	AA-
Grado medio superior	A1	A+	A+
	A2	A	A
	A3	A-	A-
Grado medio inferior	Baa1	BBB+	BBB+
	Baa2	BBB	BBB
	Baa3	BBB-	BBB-
Grado de no inversión especulativo	Ba1	BB+	BB+
	Ba2	BB	BB
	Ba3	BB-	BB-
Altamente especulativa	B1	B+	B+
	B2	B	B
	B3	B-	B-
Riesgo sustancial	Caa1	CCC+	CCC
Extremadamente especulativa	Caa2	CCC	
Pocas perspectivas de recuperación	Caa3	CCC-	
	Ca	CC	
		C	
Impago	C	D	DDD
			DD
			D

Un aspecto a destacar, es la pertenencia de estas agencias al sector privado, de este modo no es obligatorio obtener su calificación pero si es cierto que el hecho de no

parecer en sus listas trae consigo cierta desconfianza por parte de los inversores. Puede parecer una muestra de encubrimiento de datos y del estado de dicha empresa.

En el caso de que un país tenga una mala calificación, una solución posible para que sea una opción atractiva para los inversores sería el aumento de los intereses de sus deudas. De esta forma aunque apostar por este tipo de países conllevaría un mayor riesgo, traería consigo una mayor rentabilidad de la inversión. Todo depende del riesgo que esté dispuesto a asumir el inversor. En cuanto al riesgo que se quiere asumir, se verá reflejado en el algoritmo creado de forma que en la función objetivo habrá dos datos (α y β) que irán ligados al riesgo y a la rentabilidad respectivamente, y según la importancia que se quiera dar a cada uno tomarán diferentes valores.

Una última pincelada sobre la influencia de estas agencias, no tienen una fiabilidad absoluta ya que por ejemplo si nos remontamos al año 2008, dieron su máxima nota a las hipotecas *subprime*, días antes que estallará la gran crisis y se convirtieran dichos productos financieros en basura.

En la siguiente tabla 4.2, se recoge la valoración de las principales economías mundiales recogidas por las prestigiosas Agencias de Calificación citadas anteriormente. Dichas puntuaciones corresponden a Diciembre del 2011 y Diciembre del 2012.

Tabla 3.2: Calificación de ratings tomadas por Moody's, Fitch y Standard & Poor's

Diciembre 2011				Diciembre 2012			
	Moody's	S & P	Fitch		Moody's	S & P	Fitch
Alemania	Aaa	AAA	AAA	Alemania	Aaa	AAA	AAA
Argentina	Ba2	B	BB-	Argentina	B3	B-	CC
Australia	Aaa	AAA	AAA	Australia	Aaa	AAA	AAA
Austria	Aaa	AAA	AAA	Austria	Aaa	AA+	AAA
Bélgica	Aa3	AA	AA+	Bélgica	Aa3	AA	AA
Brasil	Baa2	BBB	BBB	Brasil	Baa2	BBB	BBB
Bulgaria	Baa2	BBB	BBB-	Bulgaria	Baa2	BBB	BBB-
Canadá	Aaa	AAA	AAA	Canadá	Aaa	AAA	AAA
Chile	Aa3	A+	A+	Chile	Aa3	AA-	A+
China	Aa3	AA-	A+	China	Aa3	AA-	A+
Chipre	Baa3	BBB	BBB	Chipre	Caa3	CCC	B
Colombia	Baa3	BBB-	BBB-	Colombia	Baa3	BBB	BBB-
Corea Sur	A1	A	A	Corea Sur	Aa3	A+	AA-
Costa Rica	Baa3	BB	BB+	Costa Rica	Baa3	BB	BB+
Croacia	Baa3	BBB-	BBB-	Croacia	Ba1	BB+	BBB-

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

Dinamarca	Aaa	AAA	AAA
Ecuador	Caa2	B-	B-
Eslovaquia	A1	A+	A+
Eslovenia	A1	AA-	AA-
España	A1	AA-	AA-
Estonia	Baa1	AA-	A+
Filipinas	Ba2	BB	BB+
Finlandia	Aaa	AAA	AAA
Francia	Aaa	AAA	AAA
Grecia	Ca	CC	CCC
Holanda	Aaa	AAA	AAA
Hungría	Ba1	BB+	BBB-
India	Baa3	BBB-	BBB-
Indonesia	Ba1	BB+	BBB-
Irlanda	Ba1	BBB+	BBB+
Islandia	Baa3	BBB-	BB+
Israel	A1	A+	A
Italia	A2	A	A+
Japón	Aa1	AA-	AA
Letonia	Baa3	BB+	BBB-
Letonia	Baa3	BB+	BBB-
Lituania	Baa1	BBB	BBB
Luxemburgo	Aaa	AAA	AAA
Malasia	A3	A-	A-
Malta	A2	A	A+
México	Baa1	BBB	BBB
N. Zelanda	Aaa	AAA	AAA
Nicaragua	B3	No valor	No valor
Noruega	Aaa	AAA	AAA
Paraguay	B1	BB-	No valor
Perú	Baa3	BBB	BBB
Polonia	A2	A-	A-
Portugal	Ba2	BBB-	BB+
R. Checa	A1	AA-	A+
R. Dom.	B1	B+	B
Reino Unido	Aaa	AAA	AAA
Rumanía	Baa3	BB+	BBB-
Rusia	Baa1	BBB	BBB
Singapur	Aaa	AAA	AAA
Sudáfrica	A3	BBB+	BBB+
Suecia	Aaa	AAA	AAA
Suiza	Aaa	AAA	AAA
Tailandia	Baa1	BBB+	BBB
Turquía	Ba2	BB	BB+
Ucrania	B2	B+	B
Uruguay	Ba1	BB+	BB+
USA	Aaa	AA+	AAA
Venezuela	B2	B+	B+

Dinamarca	Aaa	AAA	AAA
Ecuador	Caa1	B	B-
Eslovaquia	A2	A	A+
Eslovenia	Ba1	A-	A-
España	Baa3	BBB-	BBB
Estonia	A1	AA-	A+
Filipinas	Ba1	BB+	BBB-
Finlandia	Aaa	AAA	AAA
Francia	Aa1	AA+	AAA
Grecia	C	B-	CCC
Holanda	Aaa	AAA	AAA
Hungría	Ba1	BB	BB+
India	Baa3	BBB-	BBB-
Indonesia	Baa3	BB+	BBB-
Irlanda	Ba1	BBB+	BBB+
Islandia	Baa3	BBB-	BBB
Israel	A1	A+	A
Italia	Baa2	BBB+	BBB+
Japón	Aa3	AA-	A+
Letonia	Baa2	BBB	BBB
Letonia	Baa2	BBB	BBB
Lituania	Baa1	BBB	BBB
Luxemburgo	Aaa	AAA	AAA
Malasia	A3	A-	A-
Malta	A3	BBB+	A+
México	Baa1	BBB	BBB
N. Zelanda	Aaa	AA	AA
Nicaragua	B3	No valor	No valor
Noruega	Aaa	AAA	AAA
Paraguay	Ba3	BB-	No valor
Perú	Baa2	BBB	BBB
Polonia	A2	A-	A-
Portugal	Ba3	BB	BB+
R. Checa	A1	AA-	A+
R. Dom.	B1	B+	B
Reino Unido	Aa1	AAA	AAA
Rumanía	Baa3	BB+	BBB-
Rusia	Baa1	BBB	BBB
Singapur	Aaa	AAA	AAA
Sudáfrica	Baa1	BBB	BBB
Suecia	Aaa	AAA	AAA
Suiza	Aaa	AAA	AAA
Tailandia	Baa1	BBB+	BBB+
Turquía	Ba1	BB+	BBB-
Ucrania	B3	B	B
Uruguay	Baa3	BBB-	BBB-
USA	Aaa	AA+	AAA
Venezuela	B2	B+	B+

Si se comparan ambas tablas, separadas por un periodo de un año se puede observar varios patrones.

En primer lugar, las principales economías como es el caso de EE.UU, Reino Unido o Alemania han sabido mantenerse en el puesto mejor valorado pese a la crisis. Es un hecho a destacar debido a que ese año transcurrido podría catalogarse como uno de los peores de la crisis financiera.

Por otro lado, no han gozado de la misma suerte otros países como España, donde se puede contemplar desde finales del 2011 hasta finales del 2012 se produce una bajada en la valoración de la misma por parte de estas conocidas Agencias. Este mismo patrón se repite en las economías más frágiles, por ejemplo los países del sur de Europa o Sudamérica (Italia, Argentina o Chipre).

En conclusión, estos casos nos muestra la gran diferencia que se produce a lo largo de la crisis entre ambos bandos. Mientras que las principales potencias mundiales se enriquecen y se sobreponen de la crisis, el resto de las economías siguen quebrantándose.

De este modo, recopilando las valoraciones tomadas por las Agencias de Calificación y adecuándose a la disponibilidad de datos a los que se tiene acceso, se ha podido confeccionar una cartera lo más representativa posible compuesta por los siguientes países recogidos en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Selección de países que conforman la cartera de inversión.

1	Alemania
2	España
3	EE.UU
4	Francia
5	Italia
6	Japón
7	Reino Unido
8	Portugal
9	Grecia
10	Canadá
11	Australia

Como se comentó al principio del documento, en el objeto del proyecto, la cartera seleccionada estaba formada por cuatro grandes conjuntos que la hacen que sea lo más representativa posible:

- Principales economías mundiales: Alemania, EE.UU, Francia, Canadá, Australia y Reino Unido
- Países en grave riesgo: España e Italia
- Países de economías emergentes: Japón
- Países con graves problemas financieros: Grecia y Portugal

Además, con esta recopilación de países quedan representados cuatro de los cinco continentes. Analizando la cartera formada, comentar la bajada de calificación de países como España e Italia, y sobre la complicada situación financiera de Grecia. En contraposición se encuentra, el resto de los países como Alemania o EEUU donde su economía se ha mantenido estable y no han alterado su destacada valoración.

Así mismo, hay que tener en cuenta para el desarrollo del Trabajo de Fin de Grado las rentabilidades que corresponden al periodo de estudio en cuestión, tal es el caso que se necesitan dichos datos en el espacio de tiempo entre el año 2007 hasta el año 2012. Así pues se han recabado las cifras de páginas cualificadas en el tema como www.datosmacro.com y www.forespros.es, a parte de los diferentes Bancos Centrales correspondientes a cada país y del Banco Central Europeo.

Se diferencia tres tipos de rentabilidades, dependiendo del plazo de inversión, de modo que se tiene la posibilidad de analizar la inversión a corto plazo (6 meses) ligada a la Tabla 3.4, a medio plazo (3 años) recogida en la Tabla 3.5 y por último, a largo plazo (10 años), reunida en la Tabla 3.6.

Tabla 4.4: Rentabilidades bonos a corto plazo (2007-2012)

	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	R. UNIDO	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA
ene-07	3,7	3,807	5,28	3,711	3,784	0,52	5,44	3,57	3,498	4,1	6,431
feb-07	3,77	3,878	5,29	3,78	3,866	0,54	5,5	3,641	3,511	3,97	6,37
mar-07	3,84	3,886	5,27	3,844	3,92	0,66	5,49	3,649	3,636	4,01	6,457
abr-07	3,92	4,083	5,28	3,949	4,022	0,62	5,59	3,846	3,735	4,17	6,563
may-07	4,02	4,221	5,28	4,041	4,136	0,62	5,71	3,984	3,745	4,56	6,438
jun-07	4,1	4,321	5,29	4,13	4,181	0,67	5,82	4,084	3,951	4,66	6,594
jul-07	4,16	4,364	5,31	4,188	4,248	0,72	5,97	4,127	3,995	4,71	6,596

Autora: Teresa Grandes Núñez

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

ago-07	4,46	4,18	5,44	4,111	4,06	0,82	6,33	3,943	4,092	4,28	6,672
sep-07	4,67	4,026	5,47	4,001	4,055	0,85	6,53	3,789	4,243	4,22	6,654
oct-07	4,62	4,022	5,09	3,973	4,01	0,84	6,16	3,785	4,26	4,22	6,846
nov-07	4,55	4,02	4,93	3,977	4,01	0,83	6,31	3,783	4,25	3,84	7,004
dic-07	4,79	4,026	4,97	3,975	3,985	0,81	6,28	3,789	4,52	3,91	6,929
ene-08	4,42	3,761	3,85	3,908	3,83	0,74	5,56	3,524	4,35	3,22	6,822
feb-08	4,29	3,611	3,02	3,792	3,899	0,76	5,57	3,374	4,3	3,1	7,186
mar-08	4,52	3,711	2,73	3,856	4,171	0,8	5,82	3,474	4,42	2,63	7,148
abr-08	4,71	3,978	2,91	3,943	4,078	0,77	5,84	3,741	4,68	2,74	7,333
may-08	4,8	4,178	2,83	4,031	4,167	0,79	5,75	3,941	4,73	3,05	7,465
jun-08	4,87	4,548	2,9	4,333	4,486	0,79	5,85	4,311	4,85	3,27	7,548
jul-08	4,9	4,492	2,91	4,382	4,433	0,78	5,76	4,255	5,09	3,1	7,32
ago-08	4,9	4,367	2,91	4,321	4,387	0,77	5,7	4,13	4,99	2,76	6,51
sep-08	4,94	4,233	3,35	4,178	4,285	0,77	5,79	3,996	5,11	2,93	6,1
oct-08	5,03	3,179	4,53	2,744	2,942	0,8	6,06	2,942	5,37	2,16	4,306
nov-08	4,2	2,4	2,8	2,418	2,478	0,73	4,18	2,163	5,22	1,79	3,079
dic-08	3,18	2,093	2,05	1,941	1,911	0,72	3,04	1,856	5,36	1,11	2,462
ene-09	2,35	1,465	1,28	1,455	1,484	0,53	2,15	1,228	4,89	1,39	2,212
feb-09	1,89	1,249	1,42	1,024	1,239	0,54	1,94	1,012	3,873	1,27	2,159
mar-09	1,54	1,234	1,34	0,809	1,171	0,44	1,65	0,997	3,25	1,1	2,265
abr-09	1,32	1,106	1,25	0,827	1,073	0,31	1,3	0,869	2,84	0,8	2,425
may-09	1,2	0,946	0,94	0,787	1,026	0,31	1,13	0,709	2,58	1,04	2,62
jun-09	1,14	0,956	0,82	0,804	0,758	0,21	1,01	0,719	2,55	1,33	2,908
jul-09	0,87	0,83	0,7	0,568	0,595	0,18	0,8	0,593	2,34	1,33	3,027
ago-09	0,76	0,785	0,6	0,492	0,551	0,15	0,55	0,548	2,24	1,2	3,705
sep-09	0,64	0,776	0,46	0,456	0,553	0,14	0,39	0,539	2,08	1,3	3,867
oct-09	0,6	0,856	0,44	0,523	0,629	0,16	0,38	0,619	2,08	1,31	4,453
nov-09	0,56	0,854	0,4	0,508	0,68	0,14	0,45	0,617	2,01	1,06	4,375
dic-09	0,55	0,881	0,31	0,485	0,609	0,13	0,45	0,644	2,1	1,41	4,346
ene-10	0,52	0,807	0,3	0,437	0,56	0,11	0,45	0,57	2,176	1,21	4,557
feb-10	0,5	0,832	0,3	0,398	0,647	0,11	0,45	0,595	2,351	1,19	4,297
mar-10	0,5	0,74	0,29	0,388	0,568	0,1	0,48	0,503	2,612	1,63	4,637
abr-10	0,5	1,085	0,35	0,424	0,816	0,1	0,5	0,848	2,979	1,89	4,777
may-10	0,5	1,583	0,54	0,337	1,331	0,11	0,55	1,346	3,42	1,44	4,614
jun-10	0,55	2,269	0,66	0,295	0,981	0,12	0,64	2,032	3,607	1,45	4,574
jul-10	0,71	2,096	0,69	0,527	1,037	0,12	0,65	1,859	3,712	1,55	4,64
ago-10	0,76	1,732	0,37	0,478	0,96	0,12	0,64	1,495	3,657	1,21	4,543
sep-10	0,77	1,79	0,33	0,476	1,064	0,13	0,6	1,553	3,61	1,42	4,739
oct-10	0,89	1,828	0,3	0,705	1,207	0,09	0,6	1,591	3,679	1,43	4,842
nov-10	0,96	2,295	0,38	0,753	1,488	0,08	0,6	2,058	3,646	1,7	4,951
dic-10	0,92	3,256	0,35	0,62	1,705	0,1	0,65	3,019	3,682	1,68	4,939
ene-11	0,94	2,768	0,37	0,605	1,426	0,12	0,7	2,531	3,74	1,64	4,879
feb-11	0,99	2,218	0,27	0,794	1,311	0,12	0,7	1,981	3,754	1,69	4,893
mar-11	1,07	2,144	0,34	0,957	1,401	0,11	0,71	1,907	3,755	1,72	4,8117
abr-11	1,25	2,549	0,32	1,111	1,666	0,14	0,75	2,312	3,883	1,74	4,8456
may-11	1,31	2,515	0,26	1,175	1,664	0,12	0,75	2,278	3,952	1,57	4,9768
jun-11	1,37	2,687	0,21	1,215	1,998	0,12	0,75	2,45	4,099	1,55	4,8067
jul-11	1,5	3,287	0,29	1,201	2,281	0,14	0,75	3,05	4,287	1,47	4,5486
ago-11	1,45	3,254	0,26	0,772	2,151	0,13	0,79	3,017	4,306	1,12	3,6223
sep-11	1,42	3,331	0,28	0,536	3,094	0,13	0,88	3,094	4,368	0,95	3,5668

Autora: Teresa Grandes Núñez

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

oct-11	1,45	3,468	0,34	0,615	3,566	0,13	0,93	3,231	4,496	1,09	3,728
nov-11	1,36	4,747	0,42	0,681	6,608	0,11	0,97	4,51	4,616	1,01	3,3541
dic-11	1,33	3,453	0,48	0,201	3,278	0,09	1,03	3,216	4,883	0,95	3,129
ene-12	1,06	2,044	0,42	0,252	1,979	0,1	1,05	1,807	4,79	1,03	3,3355
feb-12	0,91	1,632	0,34	0,246	1,206	0,11	1,03	1,395	4,864	1,12	3,6781
mar-12	0,7	1,434	0,35	0,117	1,122	0,11	0,99	1,197	4,937	1,19	3,7859
abr-12	0,6	2,419	0,35	0,118	1,78	0,1	0,97	2,182	4,964	1,42	3,3883
may-12	0,54	3,269	0,37	0,099	2,115	0,1	0,96	3,032	4,904	1,1	2,7326
jun-12	0,5	4,175	0,36	0,113	2,978	0,08	0,91	3,938	5,014	1	2,555
jul-12	0,34	4,045	0,4	0,01	2,469	0,06	0,74	3,808	4,822	0,98	2,7536
ago-12	0,17	3,094	0,35	-0,005	1,591	0,05	0,62	2,857	4,557	1,16	3,0474
sep-12	0,09	2,63	0,32	0,007	1,509	0,06	0,56	2,393	4,605	1,1	2,8685
oct-12	0,07	2,538	0,27	0,006	1,352	0,07	0,45	2,301	4,644	1,08	2,6643
nov-12	0,08	2,424	0,27	-0,006	0,921	0,07	0,45	2,187	4,603	1,1	2,8232
dic-12	0,08	2,26	0,3	0,002	0,951	0,09	0,45	2,023	4,698	1,13	2,6795

Tabla 4.5: Rentabilidades bonos a medio plazo(2007-2012)

	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	R. UNIDO	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA
ene-07	3,93	3,95	4,85	3,93	3,98	0,958	5,39	3,96	4,01	4,09	5,894
feb-07	3,95	3,96	4,83	3,96	3,99	0,943	5,43	3,99	4,03	3,94	5,803
mar-07	3,9	3,97	4,57	3,92	3,95	0,926	5,34	3,95	3,99	3,98	5,742
abr-07	4,1	9,98	4,66	4,11	4,14	0,974	5,52	4,13	4,17	4,12	5,904
may-07	4,25	3,97	4,74	4,26	4,31	1,023	5,64	4,3	4,31	4,55	5,877
jun-07	4,48	3,98	5,06	4,49	4,54	1,201	5,87	4,54	4,52	4,66	6,183
jul-07	4,47	3,99	4,88	4,49	4,55	1,199	5,8	4,54	4,54	4,67	6,176
ago-07	4,17	4	4,39	4,2	4,29	1,02	5,45	4,28	4,28	4,27	5,969
sep-07	4,06	4,01	4,08	4,09	4,23	0,92	5,15	4,19	4,21	4,25	6,077
oct-07	4,11	4,02	4,03	4,12	4,24	0,941	5,07	4,18	4,19	4,22	6,353
nov-07	3,87	4,03	3,35	3,9	4,07	0,849	4,68	4,01	4,08	3,85	6,126
dic-07	3,94	4,05	3,29	3,99	4,17	0,801	4,54	4,1	4,16	3,94	6,233
ene-08	3,67	3,97	2,76	3,7	3,84	0,667	4,31	3,79	3,88	3,3	6,138
feb-08	3,38	3,955	2,4	3,41	3,56	0,685	4,25	3,48	3,68	3,17	6,248
mar-08	3,32	3,93	2,06	3,44	3,71	0,611	3,95	3,7	3,92	2,67	5,807
abr-08	3,7	3,904	2,44	3,81	4,04	0,761	4,23	4,01	4,14	2,92	5,806
may-08	3,97	3,955	2,81	4,06	4,27	0,987	4,73	4,24	4,35	3,19	5,843
jun-08	4,52	3,992	3,15	4,63	4,9	1,069	5,31	4,8	4,97	3,35	6,274
jul-08	4,45	4,575	2,96	4,56	4,87	0,959	5,03	4,77	4,94	3,23	5,999
ago-08	4,06	4,956	2,8	4,16	4,44	0,851	4,63	4,38	4,53	2,89	5,512
sep-08	3,85	4,685	2,5	3,97	4,32	0,915	4,38	4,23	4,42	3,03	5,367
oct-08	3,16	4,346	2,18	3,28	3,71	0,967	3,77	3,58	3,97	2,38	5,063
nov-08	2,47	3,414	1,8	2,76	3,44	0,82	2,87	3,43	4,12	2	4,607
dic-08	2,1	2,955	1,19	2,51	3,48	0,719	2,24	3,19	4,28	1,32	4,066
ene-09	1,92	3,1	1,2	2,08	3,14	0,615	2,14	2,8	3,93	1,61	3,778
feb-09	1,79	2,451	1,41	1,87	2,67	0,656	2	2,41	3,91	1,72	4,079
mar-09	1,7	2,52	1,39	1,95	2,47	0,667	2,01	2,86	4,05	1,51	4,374
abr-09	1,8	2,517	1,38	1,93	2,36	0,748	2,12	2,68	3,63	1,39	4,758
may-09	1,75	2,356	1,43	1,83	2,39	0,573	2	2,43	3,1	1,84	5,225
jun-09	1,87	2,289	1,74	2,02	2,5	0,507	2,21	2,51	3,05	1,89	5,988

Autora: Teresa Grandes Núñez

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

jul-09	1,67	2,052	1,54	1,93	2,17	0,42	2,2	2,16	2,57	1,94	6,119
ago-09	1,77	2,059	1,64	1,98	2,16	0,395	1,99	2,18	5,52	1,79	6,048
sep-09	1,62	1,53	1,48	1,79	1,95	0,329	1,71	1,96	2,26	1,89	5,682
oct-09	1,82	1,875	1,47	1,79	1,94	0,385	1,58	1,91	2,26	1,9	5,756
nov-09	1,71	2,275	1,32	1,7	1,99	0,372	1,67	1,87	2,45	1,62	5,565
dic-09	1,58	2,152	1,36	1,56	1,95	0,252	1,68	1,93	3,72	1,88	5,5
ene-10	1,67	2,385	1,49	1,56	2,17	0,264	1,78	2,13	4,72	1,66	5,629
feb-10	1,48	2,598	1,4	1,54	2,17	0,263	2,01	2,52	5,92	1,65	5,467
mar-10	1,35	2,663	1,5	1,4	1,88	0,251	1,88	2,5	5,51	2,03	5,644
abr-10	1,24	2,03	1,64	1,29	1,89	0,256	1,83	3,17	7,91	2,49	5,878
may-10	0,8	2,98	1,33	0,92	2,16	0,226	1,54	3,64	8,28	2	5,536
jun-10	0,67	3,394	1,18	0,96	2,27	0,21	1,32	3,72	9,41	1,75	5,181
jul-10	1,01	3,152	0,98	1,15	2,44	0,188	1,23	3,59	11,17	1,82	4,866
ago-10	0,88	2,307	0,77	0,99	2,21	0,158	1,02	3,36	11,65	1,53	4,723
sep-10	0,92	2,465	0,74	1,04	2,32	0,171	0,94	4,29	11,63	1,58	4,855
oct-10	1,05	2,55	0,57	1,19	2,26	0,159	0,87	4,11	9,64	1,59	5,011
nov-10	1,14	2,896	0,66	1,29	2,72	0,218	1,12	5,12	13,08	1,94	5,241
dic-10	1,18	3,797	0,99	1,33	3,07	0,295	1,63	4,85	13,75	1,9	5,404
ene-11	1,37	3,459	1,03	1,52	3,17	0,297	1,75	5,1	13,78	1,91	5,394
feb-11	1,79	3,297	1,28	1,92	3,14	0,366	2	5,81	13,4	2,15	5,564
mar-11	1,94	3,609	1,17	2,08	3,15	0,319	1,77	7,26	15,33	2,13	5,348
abr-11	2,11	3,602	1,21	2,23	3,37	0,311	1,74	10,59	19,11	2,11	5,42
may-11	1,95	3,895	0,94	2,12	3,41	0,258	1,42	11,6	24,28	1,91	5,233
jun-11	1,69	4,051	0,7	1,88	3,51	0,245	1,18	13,39	26,48	1,86	4,849
jul-11	1,5	4,321	0,69	1,73	4,38	0,245	1,03	17,9	28,96	1,71	4,62
ago-11	1,02	4,901	0,39	1,28	4,17	0,206	0,71	13,62	26,74	1,27	3,985
sep-11	0,67	4,509	0,35	1,17	4,64	0,198	0,73	14,99	31,51	1,07	3,827
oct-11	0,77	3,52	0,47	1,37	4,83	0,225	0,86	17,04	34,61	1,23	3,954
nov-11	0,56	4,363	0,39	1,75	6,77	0,206	0,65	17,21	34,08	1,1	3,577
dic-11	0,43	5,203	0,39	1,32	5,8	0,216	0,52	17,17	45,88	0,99	3,336
ene-12	0,34	3,576	0,36	1,15	4,66	0,22	0,53	18,29	68,08	1,06	3,335
feb-12	0,41	3,126	0,38	1,06	3,43	0,185	0,52	16,59	77,65	1,22	3,561
mar-12	0,38	2,518	0,5	1,06	2,83	0,166	0,58	15,62	OUT	1,32	3,693
abr-12	0,27	3,52	0,43	1,04	3,79	0,167	0,54	13,92	OUT	1,53	3,288
may-12	0,16	5,13	0,39	0,83	4,04	0,12	0,44	12,43	OUT	1,16	2,679
jun-12	0,18	5,51	0,38	0,72	4,87	0,106	0,36	8,85	OUT	1,04	2,378
jul-12	0,05	5,302	0,33	0,36	4,66	0,108	0,24	8,15	OUT	1	2,302
ago-12	0,05	4,848	0,37	0,26	3,9	0,106	0,2	6,67	OUT	1,23	2,632
sep-12	0,13	3,546	0,33	0,37	3,03	0,112	0,27	5,09	OUT	1,16	2,465
oct-12	0,15	3,266	0,37	0,4	2,86	0,112	0,29	5,07	OUT	1,17	2,541
nov-12	0,06	3,663	0,35	0,31	2,71	0,107	0,32	6,04	OUT	1,16	2,652
dic-12	0,03	3,161	0,32	0,3	2,65	0,1	0,3	6,1	OUT	1,2	2,815

Tabla 4.6: Rentabilidades bonos a largo plazo (2007-2012)

	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	R. UNIDO	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA
ene-07	4,03	4,072	4,81	4,06	4,24	1,709	4,93	4,18	4,28	4,17	5,621
feb-07	4,05	4,111	4,79	4,1	4,27	1,708	4,98	4,19	4,3	4,03	5,609

Autora: Teresa Grandes Núñez

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

mar-07	3,95	4,009	4,61	3,99	4,18	1,623	4,86	4,1	4,2	4,1	5,434
abr-07	4,16	4,209	4,75	4,21	4,38	1,676	5,1	4,3	4,4	4,15	5,567
may-07	4,29	4,336	4,79	4,33	4,49	1,678	5,21	4,44	4,51	4,48	5,669
jun-07	4,58	4,62	5,17	4,62	4,78	1,894	5,49	4,74	4,8	4,62	6,037
jul-07	4,52	4,596	5,07	4,58	4,76	1,886	5,49	4,73	4,79	4,58	6,04
ago-07	4,31	4,398	4,74	4,39	4,58	1,654	5,2	4,55	4,62	4,38	5,786
sep-07	4,24	4,354	4,56	4,36	4,51	1,611	5,06	4,5	4,56	4,41	5,747
oct-07	4,3	4,378	4,58	4,4	4,53	1,658	5,06	4,52	4,58	4,31	5,795
nov-07	4,11	4,248	4,22	4,23	4,42	1,512	4,8	4,36	4,43	4,07	5,557
dic-07	4,25	4,348	4,13	4,35	4,55	1,528	4,76	4,47	4,53	4,09	5,82
ene-08	4,05	4,183	3,76	4,16	4,41	1,426	4,55	4,31	4,4	3,88	5,647
feb-08	3,97	4,144	3,76	4,09	4,36	1,449	4,68	4,27	4,36	3,81	5,971
mar-08	3,82	4,118	3,53	4,02	4,39	1,306	4,43	4,36	4,42	3,46	5,936
abr-08	4,05	4,31	3,68	4,27	4,54	1,41	4,62	4,52	4,54	3,58	6,096
may-08	4,22	4,422	3,9	4,4	4,64	1,67	4,86	4,6	4,74	3,68	6,251
jun-08	4,55	4,792	4,13	4,73	5,11	1,753	5,17	4,96	5,17	3,71	6,384
jul-08	4,51	4,798	4,03	4,7	5,1	1,609	5,02	4,95	5,15	3,81	6,197
ago-08	4,22	4,559	3,92	4,39	4,82	1,462	4,67	4,69	4,87	3,52	5,855
sep-08	4,11	4,568	3,71	4,36	4,82	1,486	4,54	4,66	4,88	3,66	5,687
oct-08	3,9	4,466	3,8	4,19	4,76	1,513	4,52	4,56	4,93	3,74	5,921
nov-08	3,59	4,147	3,58	4	4,61	1,472	4,14	4,35	5,09	3,36	5,982
dic-08	3,06	3,858	2,44	3,54	4,4	1,311	3,36	4	5,08	2,69	4,892
ene-09	3,09	4,146	2,48	3,61	4,53	1,25	3,39	4,32	5,6	2,97	4,704
feb-09	3,16	4,233	2,86	3,66	4,53	1,293	3,59	4,52	5,7	2,95	5,306
mar-09	3,07	4,059	2,85	3,65	4,46	1,308	3,22	4,68	5,87	2,96	5,418
abr-09	3,18	4,006	2,9	3,66	4,35	1,441	3,38	4,53	5,5	3,08	5,552
may-09	3,41	4,054	3,3	3,79	4,35	1,446	3,66	4,29	5,22	3,57	5,976
jun-09	3,56	4,235	3,74	3,9	4,62	1,472	3,86	4,5	5,33	3,45	6,289
jul-09	3,38	4,012	3,58	3,74	4,38	1,347	3,85	4,25	4,89	3,53	6,04
ago-09	3,34	3,778	3,61	3,59	4,12	1,379	3,72	3,95	4,52	3,39	5,888
sep-09	3,3	3,803	3,44	3,59	4,08	1,32	3,69	3,93	4,56	3,31	5,9
oct-09	3,24	3,771	3,4	3,56	3,99	1,331	3,57	3,85	4,57	3,45	5,94
nov-09	3,28	3,79	3,42	3,56	4,01	1,356	3,74	3,8	4,84	3,25	5,956
dic-09	3,23	3,804	3,59	3,47	4,02	1,27	3,86	3,91	5,49	3,6	6,097
ene-10	3,3	3,989	3,75	3,53	4,08	1,336	4,01	4,17	6,02	3,35	6,171
feb-10	3,19	3,978	3,71	3,5	4,05	1,339	4,07	4,56	6,46	3,45	6,11
mar-10	3,14	3,83	3,76	3,45	3,94	1,351	4,05	4,31	6,24	3,56	6,039
abr-10	3,09	3,901	3,87	3,41	3,93	1,352	4,05	4,78	7,83	3,66	6,251
may-10	2,82	4,084	3,46	3,09	4,01	1,279	3,76	5,02	7,97	3,25	5,928
jun-10	2,63	4,555	3,24	3,07	4,11	1,21	3,51	5,54	9,1	3,08	5,886
jul-10	2,65	4,433	3,01	2,99	4,03	1,104	3,41	5,49	10,34	3,22	5,756
ago-10	2,38	4,037	2,71	2,69	3,81	0,982	3,1	5,31	10,7	2,83	5,553
sep-10	2,33	4,095	2,65	2,67	3,84	1,072	3,03	6,08	11,34	2,74	5,445
oct-10	2,38	4,037	2,52	2,72	3,77	0,892	2,99	6,05	9,57	2,89	5,374
nov-10	2,55	4,686	2,75	2,99	4,14	1,051	3,22	6,91	11,52	3,19	5,665
dic-10	2,95	5,374	3,3	3,34	4,63	1,194	3,53	6,53	12,01	3,16	5,867
ene-11	3,05	5,379	3,41	3,44	4,73	1,216	3,63	6,95	11,73	3,31	5,861
feb-11	3,23	5,258	3,59	3,6	4,74	1,293	3,81	7,34	11,4	3,32	5,97
mar-11	3,24	5,249	3,44	3,6	4,8	1,256	3,67	7,8	12,44	3,29	5,804
abr-11	3,36	5,329	3,47	3,69	4,75	1,27	3,68	9,19	13,86	3,27	5,889
may-11	3,13	5,322	3,19	3,5	4,74	1,148	3,4	9,63	15,94	3,08	5,684

Autora: Teresa Grandes Núñez

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

jun-11	2,98	5,48	3	3,44	4,82	1,136	3,27	10,86	16,69	3,09	5,56
jul-11	2,79	5,825	3,03	3,4	5,49	1,118	3,15	12,15	16,15	2,88	5,595
ago-11	2,27	5,252	2,32	2,99	5,28	1,03	2,57	10,93	15,9	2,49	5,371
sep-11	1,87	5,2	1,98	2,65	5,53	1,011	2,41	11,34	17,78	2,19	5,066
oct-11	2,04	5,251	2,14	2,99	5,77	1,011	2,51	11,72	18,04	2,38	5,303
nov-11	1,94	6,192	2,02	3,42	6,82	0,993	2,25	11,89	17,92	2,15	5,106
dic-11	2,01	5,505	2	3,14	6,81	1,014	2,14	13,08	21,14	1,96	4,944
ene-12	1,87	5,399	1,96	3,18	6,56	0,98	2,05	13,85	25,91	2,04	4,853
feb-12	1,89	5,111	1,96	3,02	5,56	0,968	2,13	12,81	29,24	1,98	4,97
mar-12	1,88	5,17	2,17	2,96	4,96	1,012	2,26	13,01	19,07	2,12	5,091
abr-12	1,72	5,79	2,05	2,99	5,51	0,953	2,14	12,01	21,48	2,1	4,831
may-12	1,47	6,126	1,81	2,76	5,75	0,859	1,88	11,59	26,9	1,79	4,329
jun-12	1,43	6,589	1,61	2,57	5,92	0,841	1,68	10,56	27,82	1,72	4,06
jul-12	1,32	6,795	1,51	2,28	6,01	0,778	1,56	10,49	25,82	1,6	3,919
ago-12	1,42	6,581	1,68	2,11	5,82	0,809	1,57	9,89	24,34	1,8	4,173
sep-12	1,54	5,92	1,71	2,24	5,23	0,806	1,78	8,62	20,91	1,75	4,182
oct-12	1,52	5,647	1,73	2,18	4,96	0,776	1,82	8,17	17,96	1,78	4,107
nov-12	1,39	5,69	1,65	2,14	4,86	0,743	1,8	8,32	17,2	1,72	4,105
dic-12	1,36	5,34	1,71	2	4,54	0,745	1,86	7,235	13,395	1,82	4,293

5 Modelo de gestión del riesgo

El objetivo principal de este punto es presentar el modelo con el que se va a trabajar. Para ello, de modo accesorio, dentro de este apartado se explicarán ciertos términos para que sea más comprensible el tema y se pueda entender a la perfección la construcción del modelo en sí.

5.1 Portafolio de inversión

Como definición, portafolio de inversión es una selección de documentos que se cotizan en el mercado bursátil, y en los que una empresa o persona disponen invertir su dinero.

Tiene como finalidad repartir el riesgo, de modo que para ello se emplea la combinación de diferentes instrumentos como acciones, depósitos a largo plazo o bonos entre otros. A esto mismo se le denomina diversificar la cartera de inversión.

En este caso, el portafolio estará compuesto exclusivamente por bonos a largo plazo (10 años, a medio plazo (3 años) y a corto plazo (6 meses). Aunque la inversión sólo se centre en la inversión de bonos, igualmente se puede diversificar la cartera jugando con los diferentes rendimientos de estos.

En relación con lo anterior, un aspecto muy importante es tener en cuenta la características del inversionista tales como el objetivo que se persigue al comienzo de invertir, el riesgo que está dispuesto asumir ya que es muy importante tener en cuenta “A mayor riesgo, mayor rendimiento” u otro punto a establecer también sería concretar el plazo de la inversión. Por tanto, muchos matices que hay que pulir para encontrar un portafolio que satisfaga las necesidades del inversor.

La base a la hora de seleccionar los activos a invertir sería la búsqueda de la eficiencia. Esto último, se basará en comparar los diferentes bonos y quedarnos con ellos que para un mismo rendimiento asuman un menor riesgo o por lo contrario, para un mismo riesgo optar por el bono que nos ofrezca el mayor rendimiento.

En efecto, se puede decir que la diversificación del riesgo es clave a la hora de elegir el portafolio. Considerando esto hay que tener claro los diferentes tipos de riesgos:

- Riesgo de mercado: también conocido como riesgo sistemático, atiende a la posibilidad de que los valores coticen por debajo del precio que se paga por ellos. De este modo depende en gran parte de la evolución de los tipos de interés, de las circunstancias de mercado y de condiciones económicas generales. Estos componentes con frecuencia son volátiles y ejercen una presión significativa sobre los precios.
- Riesgo de liquidez: este término de liquidez se refiere a la posibilidad que tiene un inversor lo más rápido posible sin que tenga que sufrir una rebaja en el precio de la misma. De hecho, por lo general cuanto mayor sea la liquidez de un bono, menor será su rendimiento.
- Riesgo por incumplimiento: la probabilidad de que un bono del emisor de un bono se vea incapacitado realizar los pagos del principal o intereses en el preciso momento que se requiera. Siempre existirá peligro de quiebra.
- Riesgos tecnológicos u operativos: el uso de tecnología obsoleta así como el empleo de sistemas anticuados u la realización de operaciones equivocadas incrementa la incertidumbre de la inversión.

La medición del riesgo representado numéricamente en particular en este proyecto se realizará a través de procedimientos estadísticos como la varianza, el cálculo de la media y la desviación estándar. Todas estas técnicas serán necesarias para implementar el Modelo de Markowitz, basado en el comportamiento racional del inversor donde evita el riesgo y se desea la rentabilidad, esta teoría se verá desarrollada más adelante y se profundizará sobre este tema con el fin de encontrar la cartera eficiente.

Por otro lado, la idea de una inversión sin riesgo es una utopía. Cualquier inversión conlleva cierto riesgo, no obstante parte del riesgo se puede disminuir, este es el denominado riesgo no sistemático. Este último depende de las características específicas de la entidad o empresa emisora, la naturaleza de su actividad productora, solvencia financiera etc. De este modo, se puede controlar con una diversificación adecuada,

teniendo en cuenta el nivel de correlación de los bonos con ciertos índices y buscando un buen equilibrio entre los que poseen un alto nivel de correlación y los que por otro lado tienen una correlación nula o incluso negativa. Ahora bien, en este caso, se busca que los cambios en los bonos financieros sean independientes y para hacer la selección de este tipo de bonos contamos con las técnicas estadísticas como el cálculo del coeficiente de correlación (ρ_{ij}) y la covarianza (σ_{ij}).

Es importante hacer hincapié en la interpretación del coeficiente de correlación, este parámetro estadístico puede tomar valores dentro del intervalo $[-1,1]$. Sobre todo el comportamiento de estos bonos viene limitado por el signo, así pues se pueden dar los siguientes tres casos:

- $0 < \rho_{ij} \leq 1 \rightarrow$ toma valores positivos, esto trae consigo que si la variable i aumenta, al mismo tiempo aumentará la variable j y de manera viceversa también se observará lo mismo. Es decir, en otras palabras, el comportamiento en nuestro caso de los bonos soberanos seguirá el mismo patrón j respecto a i .
- $-1 \leq \rho_{ij} < 0 \rightarrow$ toma valores negativos, este caso se encuentra en contraposición con el anterior, de modo que el comportamiento del bono i producirá el efecto contrario en el bono j . Tal es el caso que si la variable i aumenta o disminuye, de forma directa disminuye o aumenta respectivamente la variable j .
- $\rho_{ij} = 0 \rightarrow$ cuando la correlación es nula esto significa que el comportamiento de la variable i es independiente al comportamiento de la variable j , en otra palabras, si i aumenta o disminuye no supondrá un efecto directo en el comportamiento de la variable j .

Sobre todo, el grado de correlación dependerá de la actitud del inversor, la disposición que tenga de arriesgar. Lo deseable es elegir bonos con correlación negativa donde en una misma situación se vean todos afectados de la misma manera, de esta forma se buscaría un equilibrio. Además cabe destacar la vulnerabilidad de los mercados, eligiendo un coeficiente $\rho_{ij} < 0$ se aseguraría que la disminución de rendimiento de

algunos bonos irían ligadas al aumento de rendimiento de otros, corresponde con una actitud más conservadora donde el riesgo se mengua considerablemente.

Antagónicamente, si se decide invertir en bonos con un coeficiente $\rho_{ij} > 0$ se asume un riesgo muy alto, es verdad que en situación de éxito aumentarían las ganancias considerablemente, no obstante las pérdidas serían elevadas y hay que tener presente lo citado anteriormente, el mercado es muy vulnerable y no se caracteriza precisamente por la estabilidad.

5.2 Modelo de Markowitz.

El enfoque propuesto por Henry Markowitz sobre la configuración de portafolios de inversión revolucionó el campo de las finanzas, conformando principios como el de portafolios eficientes. Un portafolio eficiente es aquel que tiene un mínimo riesgo, para un retorno dado o, equivalentemente un portafolio con un máximo retorno para un nivel de riesgo dado. Asimismo, para calcular el rendimiento total y el riesgo final se deben conocer los respectivos rendimientos y riesgos de los diferentes bonos que conforman este portafolio. Para ello se emplea el cálculo de la media y la desviación estándar, y además hay que señalar que también tendrá influencia en el rendimiento final la correlación entre los diferentes bonos.

5.2.1 Medición del rendimiento del portafolio

En primer lugar, calcular los rendimientos de la cartera se empleará las medias aritméticas o en otras palabras, el promedio de los diferentes datos históricos base del estudio de forma que se generarán los valores de rendimientos esperados.

La expresión que se empleará para este cálculo es la siguiente:

$$\bar{R}_i = \frac{\sum_{t=1}^T R_{it}}{T} \quad (4.2.1.1)$$

Cada término expresa:

\bar{R}_i : Rendimiento esperado del bono i .

R_{it} : Rendimiento del bono i en el periodo t .

T : numero total de periodos que se estudian.

En este trabajo se analizará desde el año 2007 hasta finales del 2011 con el fin de hacer una estimación del rendimiento del 2012, de esta forma se estudiarán estos cinco años y se recogerán los datos históricos de los rendimientos de cada bono de cada mes dentro de ese intervalo. Haciendo cálculos $5 \text{ años} \times 12 \text{ meses}$ dará un total de $T=60$ periodos a examinar.

Una vez tomados estos datos y calculando el rendimiento esperado por cada bono de los 11 países que componen la cartera seleccionada previamente, se puede proceder al cómputo del rendimiento del portafolio con el siguiente cálculo:

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i \times \bar{R}_i \quad (4.2.1.2)$$

Donde:

R_p : Rendimiento esperado del portafolio

w_i : Porcentaje invertido en el bono i

n : Número total de bonos a analizar

En el caso del modelo original de Markowitz el sumatorio de todos los pesos debe ser igual a 100, pero el modelo resuelto por el algoritmo tiene una pequeña variación ya que se podrá invertir dentro de un determinado intervalo marcado por un mínimo de 90% y un máximo que corresponde al 110% del capital destinado para esta operación.

Este intervalo puede ser acotado según la actitud del inversor y lo que esté dispuesto a invertir, de modo que al tratarse de un dato de entrada en el modelo puede ser modificado a gusto del inversor.

5.2.2 Medición del riesgo del portafolio

El cálculo del riesgo se realizará a través de la desviación típica o de otra forma denomina desviación estándar. Este estadístico es la raíz cuadrada de la varianza y viene

representada por σ . Cabe recordar que la varianza es una medida de dispersión determinada por la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media. Del mismo modo, se evita falsear los resultados ya que al estar esa diferencia elevada al cuadrado se elimina la posibilidad que las diferencias negativas y positivas contrarresten entre sí a la hora del sumatorio en el caso de que fuesen simples restas. De hecho si se divide ese sumatorio entre n se le denomina varianza sesgada o poblacional representada por σ^2 y es calculada según la siguiente fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i)^2}{T} \quad (5.2.2.1)$$

Una vez introducido este nuevo término, se puede calcular el riesgo de un determinado instrumento i , en este caso de los bonos a través de la desviación típica citada anteriormente. Empleando la siguiente expresión:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i)^2}{T}} \quad (5.2.2.2)$$

Siendo tanto en la ecuación (5.2.2.1) y (5.2.2.2) T el número total de períodos que se analiza y R el rendimiento del instrumento i .

En un inicio en el apartado 4.2.1 se explicó como hallar el rendimiento promedio esperado de un bono i , ahora el riesgo de modo que ya se puede analizar los distintos escenarios que se podrían dar entre dos bonos de inversión i y j .

- $R_i = R_j \quad \sigma_i < \sigma_j$: cuando nos encontramos en el caso en el cual los rendimientos promedios son los mismo, pero el riesgo del bono j es mayor que el de i nos decantaremos por el bono i . En definitiva, en otras palabras, entre bonos con un mismo rendimiento escoger el de menor riesgo.
- $R_i > R_j \quad \sigma_i = \sigma_j$: en el segundo caso, los riesgos son coincidentes pero la rentabilidad de i es mayor que la de j , de manera que se escogería el bono i para formar el portafolio debido es más eficiente a igual riesgo mayor rentabilidad.

- $R_i > R_j \quad \sigma_i < \sigma_j$: por último el instrumento i posee una mayor rentabilidad y menos riesgo respecto al instrumento j . Indudablemente la opción más favorable sería invertir en i .

Cabe destacar que la elección de bonos en los casos anteriores sería para la selección de un único bono y como se ha ido comentando a lo largo de este documento, la base de la disminución del riesgo no sistemático es la diversificación de bono, de forma que se necesita un método para hallar el riesgo que conlleva elegir un bono combinándolo con varios de ellos, desechando así la elección única y exclusiva. Por eso, inevitablemente el cálculo de rendimientos y riesgos individuales no es de mucha ayuda para la selección del portafolio en cuestión.

En relación con esto último, hay que centrarse en encontrar la manera eficiente de calcular el riesgo. Para ello se utilizará la covarianza, σ_{ij} , dicho estadístico relaciona el riesgo de elegir dos bonos a la par (i y j). La covarianza se determina calculando el producto de dos desviaciones como se puede observar a continuación:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_{it} - \bar{R}_i) \times (R_{jt} - \bar{R}_j)}{T} \quad (4.2.2.3)$$

Hay que señalar si se invierten los factores del producto el resultado final es inalterable, tal es el caso que $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, ambas covarianzas son iguales. Así pues podemos definir el portafolio de dos bonos del siguiente modo:

$$\sigma_p = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \sigma_{12} \quad (4.2.2.4)$$

Así pues, la covarianza es un medio para analizar el comportamiento del rendimiento entre dos bonos de inversión, de ahí la relevancia para nuestro modelo. De forma que podemos encontrarnos con las siguientes situaciones según el signo de ésta:

- $\sigma_{ij} > 0$: El comportamiento de ambos bonos, i y j es el mismo de manera que ambos rendimientos pueden ser mejores a los esperados, o en contraposición, los rendimientos son menores que los esperados. En otras palabras, se mueven en la misma dirección.

- $\sigma_{ij} < 0$: Los comportamientos se compensan, esto quiere decir que cuando un rendimiento aumenta con respecto al esperado, el otro bono se comporta de manera contraria, en concreto en este caso disminuirá.
- σ_{ij} tiende a cero : no existe relación alguna entre los rendimientos de los bonos i y j .

Finalmente, se puede representar la varianza de un portafolio de n bonos de forma generalizada según la siguiente expresión:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (4.2.2.5)$$

Asimismo, a través de la ecuación (4.2.2.5), se puede hallar el riesgo del portafolio calculando la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}} \quad (5.2.2.6)$$

5.3 Modelo de optimización multicriterio: rentabilidad y riesgo

En este apartado se tratará el cálculo de la rentabilidad y riesgo para nuestro problema en particular, y la presentación del modelo con función multicriterio, el cual se ha basado el estudio para aplicar el algoritmo PSO, cuyos resultados se analizarán en apartados posteriores.

5.3.1 Resultado del rendimiento y el riesgo esperado del portafolio de inversión

En relación con lo propuesto en los apartados 5.2.1 y 5.2.2, se lleva a cabo el cálculo de la rentabilidad y riesgo del portafolio.

En primer lugar, se evaluó los rendimientos esperados de cada uno de los 11 países, $n=11$, que componen la cartera de inversión. Para ello se tomó un total de 60 meses, $T=60$, (año 2007-2011) y se analizó para las inversiones a corto, a medio plazo y a largo plazo. Para ello se aplicó la siguiente expresión particularizada:

$$\bar{R}_i = \frac{\sum_{t=1}^{60} R_{it}}{60} \quad (5.3.1.1)$$

A continuación se muestra los resultados del cálculo de los rendimientos esperados para el año 2012:

Tabla 5.3.1.1 : Rendimientos esperados de los bonos a corto plazo (6 meses)

ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA
2,3717	2,7010	1,9725	1,9327	2,4420	0,3952	2,7462	2,4640	3,8001	2,1892	4,9744

Tabla 5.3.1.2 : Rendimientos esperados de los bonos a medio plazo (3 años)

ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA
2,3678	3,5278	2,0233	2,5202	3,4105	0,5573	2,8070	5,3358	9,4828	2,4392	5,3414

Tabla 5.3.1.3 : Rendimientos esperados de los bonos a largo plazo (10 años)

ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA
3,3900	4,4663	3,5325	3,7260	4,5618	1,3646	3,9708	5,7578	7,8635	3,4265	5,7460

Así pues para hallar la rentabilidad del portafolio se debería el peso w_i de cada país que conforma el portafolio:

$$R_p = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \times [R_1 \quad \dots \quad R_{11}]$$

En relación con el riesgo, la matriz de covarianzas resultante fue evaluada mediante el siguiente cálculo:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{60} (R_{it} - \bar{R}_i) \times (R_{jt} - \bar{R}_j)}{60} \quad \forall i = 1 \dots 11 \quad \forall j = 1 \dots 11$$

A continuación se muestra los resultados para cada escenario:

Trabajo Fin de grado: “Algoritmo basado en optimización mediante nubes de partículas para el diseño de bonos soberanos” para el diseño de carteras de bonos soberanos”

Tabla 5.3.1.4 : Matriz de covarianzas de bonos a corto plazo (6 meses)

	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA	
ALEMANIA	2,9663	1,7631	2,9299	2,6368	2,1410	0,4933	4,1071	1,7631	1,0275	1,6498	1,8335	ALEMANIA
ESPAÑA	1,7631	1,7427	1,7539	1,6581	1,8931	0,2527	2,4652	1,7137	0,8774	1,1398	1,4493	ESPAÑA
USA	2,9299	1,7539	3,8496	2,8296	2,1378	0,5064	4,4831	1,7539	0,6809	2,1642	2,0073	USA
FRANCIA	2,6368	1,6581	2,8296	2,5878	1,9797	0,4420	3,8312	1,6581	0,7747	1,7215	1,9880	FRANCIA
ITALIA	2,1410	1,8931	2,1378	1,9797	2,3682	0,3237	3,0116	1,8931	0,9521	1,2939	1,5345	ITALIA
JAPÓN	0,4933	0,2527	0,5064	0,4420	0,3237	0,0909	0,7016	0,2527	0,1561	0,2722	0,2762	JAPÓN
U.K.	4,1071	2,4652	4,4831	3,8312	3,0116	0,7016	6,0894	2,4652	1,2317	2,5816	2,8153	U.K.
PORTUGAL	1,7631	1,7137	1,7539	1,6581	1,8931	0,2527	2,4652	1,7427	0,8774	1,1398	1,4493	PORTUGAL
GRECIA	1,0275	0,8774	0,6809	0,7747	0,9521	0,1561	1,2317	0,8774	0,8356	0,3430	0,4260	GRECIA
CANADÁ	1,6498	1,1398	2,1642	1,7215	1,2939	0,2722	2,5816	1,1398	0,3430	1,4440	1,5356	CANADÁ
AUSTRALIA	1,8335	1,4493	2,0073	1,9880	1,5345	0,2762	2,8153	1,4493	0,4260	1,5356	2,4441	AUSTRALIA

Tabla 5.3.1.5 : Matriz de covarianzas de bonos a medio plazo (3 años)

	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA	
ALEMANIA	1,7112	0,6988	1,6131	1,5531	0,6385	0,3894	2,1699	-1,7267	-6,7037	1,2410	0,6406	ALEMANIA
ESPAÑA	0,6988	1,5005	0,6677	0,7295	0,9031	0,1550	0,9203	1,8794	2,7621	0,5404	0,0100	ESPAÑA
USA	1,6131	0,6677	1,9188	1,4744	0,5315	0,3898	2,2485	-2,0931	-7,1281	1,3853	0,6909	USA
FRANCIA	1,5531	0,7295	1,4744	1,4910	0,7416	0,3652	2,0036	-1,1174	-5,2156	1,1298	0,5289	FRANCIA
ITALIA	0,6385	0,9031	0,5315	0,7416	1,1888	0,1570	0,8001	2,7380	4,4373	0,4410	-0,1119	ITALIA
JAPÓN	0,3894	0,1550	0,3898	0,3652	0,1570	0,1061	0,5178	-0,4728	-1,7201	0,2795	0,1149	JAPÓN
U.K.	2,1699	0,9203	2,2485	2,0036	0,8001	0,5178	2,9748	-2,6361	-9,2940	1,6930	0,8589	U.K.
PORTUGAL	-1,7267	1,8794	-2,0931	-1,1174	2,7380	-0,4728	-2,6361	18,1876	38,7325	-1,3214	-1,8242	PORTUGAL
GRECIA	-6,7037	2,7621	-7,1281	-5,2156	4,4373	-1,7201	-9,2940	38,7325	95,1077	-4,8327	-4,8239	GRECIA
CANADÁ	1,2410	0,5404	1,3853	1,1298	0,4410	0,2795	1,6930	-1,3214	-4,8327	1,1158	0,5745	CANADÁ
AUSTRALIA	0,6406	0,0100	0,6909	0,5289	-0,1119	0,1149	0,8589	-1,8242	-4,8239	0,5745	0,5851	AUSTRALIA

Tabla 5.3.1.6 : Matriz de covarianzas de bonos a largo plazo (10 años)

	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA	
ALEMANIA	0,5333	-0,1307	0,5045	0,3736	-0,0912	0,1575	0,5859	-1,1324	-2,5316	0,3867	0,1283	ALEMANIA
ESPAÑA	-0,1307	0,3385	-0,1456	-0,0451	0,2730	-0,0464	-0,1726	1,2356	2,1073	-0,1329	-0,0486	ESPAÑA
USA	0,5045	-0,1456	0,6221	0,3337	-0,1503	0,1656	0,6231	-1,1483	-2,4318	0,4462	0,1551	USA
FRANCIA	0,3736	-0,0451	0,3337	0,2959	0,0152	0,1139	0,3996	-0,6444	-1,6209	0,2531	0,0781	FRANCIA
ITALIA	-0,0912	0,2730	-0,1503	0,0152	0,3561	-0,0239	-0,1501	1,1010	1,6521	-0,1393	-0,0755	ITALIA
JAPÓN	0,1575	-0,0464	0,1656	0,1139	-0,0239	0,0556	0,1822	-0,3578	-0,7983	0,1222	0,0372	JAPÓN
U.K.	0,5859	-0,1726	0,6231	0,3996	-0,1501	0,1822	0,7147	-1,3666	-2,9194	0,4717	0,1562	U.K.
PORTUGAL	-1,1324	1,2356	-1,1483	-0,6444	1,1010	-0,3578	-1,3666	6,2256	10,8503	-0,9633	-0,3836	PORTUGAL
GRECIA	-2,5316	2,1073	-2,4318	-1,6209	1,6521	-0,7983	-2,9194	10,8503	21,1570	-1,9973	-0,6990	GRECIA
CANADÁ	0,3867	-0,1329	0,4462	0,2531	-0,1393	0,1222	0,4717	-0,9633	-1,9973	0,3547	0,1107	CANADÁ
AUSTRALIA	0,1283	-0,0486	0,1551	0,0781	-0,0755	0,0372	0,1562	-0,3836	-0,6990	0,1107	0,1254	AUSTRALIA

De tal forma, que para hallar el riesgo del portafolio ya se contaría con los datos de la matriz de covarianza y sólo quedaría aplicar la fórmula:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} w_i w_j \sigma_{ij}}$$

Observándose que a través del último término se relaciona todos los países entre sí y se tiene en cuenta el peso de cada uno de ellos a través de la variable w . Así pues, dicha variable corresponde a la incógnita que se desea hallar, es lo que el inversor nos pide, dónde sale rentable invertir teniendo en cuenta la actitud de éste frente a la inversión, este parámetro se verá representado en el modelo como se podrá comprobar en el siguiente apartado.

5.3.2 Desarrollo del modelo

Ahora se propone presentar el modelo matemático a través del cual se va a resolver la cuestión de invertir en bonos soberanos. De tal forma que se dispone de un modelo lineal con una función objetivo multicriterio, la cual aborda el comportamiento del riesgo y la rentabilidad simultáneamente, queriendo disminuir el primero mientras el segundo se desea que sea la máxima posible. Para ello, se limita el problema con dos restricciones, la primera irá relacionada con el límite de inversión en cada país, y la segunda acotará el capital total a invertir. A continuación se muestra el modelo a resolver:

$$\text{Min } \alpha \left(\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} w_i w_j \sigma_{ij} \right) + \beta \frac{1}{\sum_{i=1}^{11} w_i \bar{R}_i}$$

s.a:

$$CI \gamma_i \leq w_i \leq CS \gamma_i \quad (4.3.2.1)$$

$$MIN \leq \sum_{i=1}^{11} w_i \leq MAX \quad (4.3.2.2)$$

$$0 \leq w_i \leq 1$$

$$\gamma \{0,1\}$$

En primer lugar se va a analizar la función objetivo. Se podría dividir en dos partes, la primera que corresponde al riesgo tomado por parte del inversor y viene multiplicado por el parámetro α . Este riesgo se mide como el sumatorio del producto de las covarianzas por los pesos de cada uno de los distintos bonos de cada país. Por otro lado, seguido a este término nos encontramos la componente de la función objetivo que representa la rentabilidad, en este caso al querer maximizarla y teniendo en cuenta que la función objetivo es de *minimizar*, se debe poner la inversa de la rentabilidad del portafolio, dicho término va multiplicado por el segundo parámetro β , el cual impondrá la importancia que le da el usuario a la rentabilidad de la inversión frente al riesgo. En definitiva, el inversionista debe tener claro la posición que va a adoptar a la hora de invertir su capital, viendo qué relevancia le otorgará al riesgo frente al rendimiento de los bonos soberanos. De esta forma la suma de los dos parámetros debe ser igual a 1, $\alpha + \beta = 1$.

Por otro lado, como hemos citado al principio, el modelo posee dos restricciones que limitan la región de admisibilidad. La primera (4.3.2.1) viene caracterizada por dos cotas, una inferior (CI) y otra superior (CS), ambas limitadas por una variable binaria que es la que indicará si se invierte en ese país. Se creó esta restricción con el fin de tener una cartera lo más diversificada posible y que no se centró en un único bono, de forma que así se disminuye el riesgo no sistemático. Más adelante, en el capítulo de calibración de datos, se estudiará el valor óptimo de estos dos parámetros que hace minimizar la función objetivo.

Seguidamente se encuentra la segunda restricción, esta se refiere al conjunto global de pesos dando una mayor libertad a la hora de elegir la cantidad de capital a invertir, en otras palabras, no se obliga a que sea w_i sea estrictamente 1 sino que se podrá invertir teniendo en cuenta un mínimo, MIN, y un máximo, MAX. En definitiva, se ha acotado la inversión para que se puedan implementar de manera sencilla unos márgenes para cada problema particular según lo que el usuario desee, así pues se puede aumentar la flexibilidad del modelo cuanto mayor sea el intervalo entre las dos cotas, ya que se produce una expansión de la zona de admisibilidad.

Por último, se definen las variables del problema. La incógnita principal son los pesos w_i , los cuales indican al inversor cuánto se debe invertir en cada bono y qué países van a conformar finalmente el portafolio de inversión final. Esto último lo indicará la variable binaria γ_i , dicha variable tomará el valor 1 cuando se vaya a invertir en ese país y por el contrario, cuando sea nula se inhabilita poder invertir en esos bonos.

6 Algoritmo Basado en Nubes de Partículas

Los algoritmos basados en nubes de partículas (*Particle Swarm Optimization*), cuya abreviatura es comúnmente conocida como PSO, son técnicas metaheurísticas inspiradas en el comportamiento del vuelo de bandadas de aves o movimiento de bancos de peces. Para el modelo que deseamos resolver vamos a basarnos en este tipo de algoritmos, siempre teniendo presente que no se encontrará la solución óptima pero si muy aproximada al óptimo a través de una búsqueda eficiente por la región de admisibilidad.

En este capítulo se mostrará una introducción de este algoritmo, seguidamente se aclarará el procedimiento general de actuación de esta técnica y por último, se desarrollará la aplicación del PSO al modelo multicriterio que se quiere resolver.

6.1 Aspectos previos relativos a los algoritmos basados en nubes de partículas

En primer lugar, se debe clasificar este tipo de algoritmos dentro de la tipología de las metaheurísticas basadas en la población. Estas metaheurísticas trabajan con un conjunto de individuos que representan las soluciones posibles al problema dado. En concreto el PSO es una técnica basada en la naturaleza como se acaba de comentar al principio del capítulo y se aplican en diferentes campos de investigación para la optimización de problemas complejos. Se podría decir que se trata de una técnica relativamente moderna, la idea vino desarrollada originalmente en Estados Unidos de la mano del sociólogo James Kennedy y por su compañero, el ingeniero Russ C. Eberhart en 1995.

La idea principal de esta técnica viene impuesto por lo siguiente: Los individuos (partículas) que viven en una sociedad tienen una “opinión” la cual va a formar parte del espacio de búsqueda, compartido por todos los individuos. Esta opinión es modificable, cabe destacar que este algoritmo se basa en la evolución de los individuos que forman la nube con esto queremos decir que el número de partículas iniciales será el mismo que el final, es más serán las mismas partículas del principio que van modificándose buscando llegar a la solución más próxima al óptimo.

Como se ha comentado la opinión puede variar dependiendo de tres factores principales:

- La adaptación → se refiere al conocimiento del entorno
- La memoria del individuo → recogen las experiencias vividas por la propia partícula anteriormente para dirigir su búsqueda.
- La memoria del vecindario → en este caso, en contraposición a la anterior, se tiene en cuenta las experiencias anteriores vividas por el vecindario.

De esta forma teniendo en cuenta estos tres aspectos cada individuo tiende a adaptar sus opiniones a las opiniones de los individuos con más éxito en su entorno, de forma con el paso del tiempo la actitud de las partículas se parecen más entre sí.

Para una mejor comprensión de este modelo, se va a tomar la siguiente imagen como ejemplo, el PSO simula el comportamiento de bandadas de los pájaros, la estrategia principal es seguir al ave que se encuentra más cerca de la comida. De esta forma, cada ave se configura como una partícula asociada a una solución en el espacio de búsqueda que está en continuo movimiento y lo más importante nunca se elimina, sólo cambia su posición.

Recogiendo lo más importante de este algoritmo, a continuación se muestran las características más representativas:

- Almacena la información de experiencias anteriores propias y del vecindario, tal es el caso que las partículas intercambian información.
- Posee generalmente una convergencia rápida a buenas soluciones
- La población se inicializa de forma aleatoria y cambia de posición iteración tras iteración, cabe señalar que posee operadores de movimiento pero no de evolución como el cruce o mutación. Se trata de una fase estocástica referida en dos fases (inicialización y transformación)
- La búsqueda intenta ser lo más eficiente posible, siempre buscando la mejora exclusivamente la mejora de la función objetivo.

6.2 Descripción general del algoritmo PSO

En primer lugar, para poder comprender el procedimiento que sigue esta técnica se debe conocer la estructura de la misma, atendiendo así a la naturaleza de las partículas (posibles soluciones) y cómo están caracterizadas con el fin de buscar una solución lo más eficiente posible.

Así pues se comienza detallando la anatomía de la partícula. Fundamentalmente cada individuo está constituido de tres vectores y dos valores de aptitud (también conocidos como bondad, adaptación, capacidad, adecuación o “*fitness*”).

Si se analiza primero los vectores, se tienen estos tres:

- $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N}) \rightarrow$ guarda la posición actual de la partícula i
- $mejorpos_i = (mejorpos_{i,1}, mejorpos_{i,2}, \dots, mejorpos_{i,N}) \rightarrow$ almacena la mejor posición de la partícula hasta el momento
- $v_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,N}) \rightarrow$ el vector velocidad almacena la dirección según la cual se desplazará la partícula

Como se acaba de decir, también las partículas vienen ligadas a dos aptitudes:

- $aptitud_x_i \rightarrow$ almacena el valor de adaptación de la posición actual, en otras palabras, el valor de la función objetivo en la posición en la que se encuentra la partícula.
- $aptitud_mejorpos_i \rightarrow$ guarda el mejor valor de la partícula encontrado hasta el momento, para ello se remite al vector $mejorpos_i$ y será la adecuación de esa posición la que se encuentre en esta variable.

Acto seguido, una vez desmenuzada la naturaleza de la partícula se puede proseguir con la descripción seguida por este algoritmo. Se podría dividir en algunas pautas bien marcadas y que siguen el siguiente orden:

1. INICIALIZACIÓN

En primer lugar, inicializa una nube de n partículas generando las posiciones, en otras palabras, se crearía una matriz de n filas, donde cada fila i correspondería con el vector x_i . Esto podría efectuarse de forma aleatoria, siguiendo un patrón o una combinación de ambas dos.

Una vez creada la nube de partículas, se procede a crear una nube de velocidades aleatorias que se encuentren dentro del intervalo $[-v_{max}, v_{max}]$, evitando que sean nulas estas velocidades límite. La matriz creada de velocidades lógicamente tendrá el mismo tamaño de la nube de población de partículas.

A continuación se calcula la aptitud de cada partícula y se actualiza los valores en $aptitud_x_i$ y $aptitud_mejorpos_i$.

2. DESPLAZAMIENTO DE LAS PARTÍCULAS

En la búsqueda continua, las partículas en cada iteración desde una posición del espacio hasta otra, para ello suma al vector de posición x_i el vector de velocidad v_i . De modo que la partícula se encontraría en otra posición intentando llegar a una solución lo más próxima posible al óptimo.

3. ACTUALIZACIÓN DE LAS APTITUDES

A partir de la nueva posición se calcula la adecuación de este nuevo término, actualizándose $aptitud_x_i$.

Una vez llegado a este punto, llega el momento donde se hacen comparativas para ver si la nueva posición aportada da una solución mejor a las halladas en toda la trayectoria que lleva la partícula. De este modo, si la $aptitud$ es la mejor encontrada hasta el momento, se actualizan $aptitud_mejorpos_i$ y $mejorpos_i$.

Pero no sólo no se realiza esta comparativa, cabe destacar que el PSO no únicamente tiene en cuenta la memoria del individuo sino también la del vecindario, de modo que en este preciso momento entra en escena dos nuevas variables globales, el vector $mejorpos$ y su $aptitud_mejorpos$, que almacenarán respectivamente la mejor

posición y adecuación de toda la población de partículas. Así pues, una vez actualizado los valores individuales de cada individuo se comparan con los mejores almacenados hasta ese instante y si la aptitud es la mejor encontrada, se actualizan estas variables globales presentadas hace un momento.

4. MODIFICACIÓN DEL VECTOR VELOCIDAD

En este cuarto paso, se modifica el vector velocidad de cada partícula teniendo en cuenta la velocidad anterior, un componente cognitivo y un componente social. También tendrá protagonismo la aleatoriedad, además hay que señalar que podría considerarse la parte central del PSO, ya que dependiendo de la velocidad que tome la búsqueda se realizará en un sentido u otro, las nuevas posiciones de cada iteración dependerán de este componente como se ha citado en pasos anteriores.

De tal modo, la velocidad será actualizada siguiendo la siguiente ecuación:

$$v_i^t = w^{t-1}v_i^{t-1} + \varphi_1 rand_1(mejorpos_i - x_i^{t-1}) + \varphi_2 rand_2(mejorpos - x_i^{t-1}) \quad (6.2.1)$$

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \quad (6.2.2)$$

Para todo $i = 1, 2 \dots P$

Dónde cada término:

- ☐ $x_i^t \rightarrow$ vector posición de la partícula i en la iteración t
- ☐ $v_i^t \rightarrow$ vector velocidad de la partícula i en la iteración t
- ☐ $w^t \rightarrow$ factor de inercia en la iteración t
- ☐ $\varphi_1, \varphi_2 \rightarrow$ pesos que controlan los componentes cognitivo y social, respectivamente
- ☐ $rand_1, rand_2 \rightarrow$ ambos son números aleatorios entre $[0,1]$
- ☐ $mejorpos_i \rightarrow$ mejor posición de la partícula i hasta el momento
- ☐ $mejorpos \rightarrow$ mejor posición de la nube hasta el momento

□ $Np \rightarrow$ número total de partículas en la nube de población

La primera ecuación (6.2.1), actualiza el vector de la velocidad de la partícula i . Se podrían diferenciar tres partes, cada una le aporta un valor diferente a este vector. En primer lugar aparece el término que le otorga memoria, ya que tiene en cuenta el vector velocidad anterior regulándose mediante su producto con el factor de inercia el cual se hablará más detalladamente a lo largo del documento. Seguidamente, el segundo término de la suma corresponde al componente cognitivo, el cual recuerda el peso que toma la propia experiencia en la búsqueda del espacio, y representa la distancia entre la posición actual y la mejor posición conocida por ese individuo. Y por último, al final se encuentra el componente social, representando la influencia del resto de partículas del vecindario, en otras palabras, representa la distancia entre la posición actual y la mejor posición de la población. A continuación se puede representar gráficamente lo que se acaba de explicar:

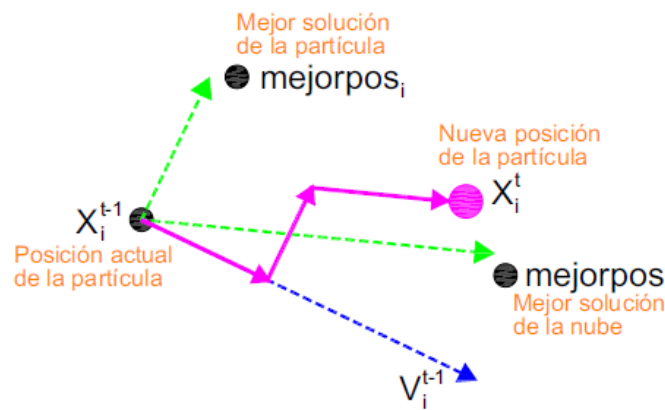


Figura 6.2.1: Representación gráfica del desplazamiento de una partícula

Otro término a tratar es el factor de frecuencia, el cual lo hemos introducido por primera vez con la ecuación 6.2.1. Se incorpora este factor con el fin de controlar el vector de la velocidad a través de un ajuste dinámico. Hay que señalar que el valor de velocidad tiene prioridad importancia en el PSO, ya que de éste depende que el algoritmo consiga un buen funcionamiento y eficiencia. De hecho no puede tomar valores muy altos y es conveniente ir reduciéndola gradualmente su valor. Así pues el factor de inercia reduce progresivamente en cada iteración aplicando la siguiente fórmula:

$$w^t = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{t_{max}} * t \quad (6.2.3)$$

Siendo:

- $w_{max} \rightarrow$ factor de inercia adicional

Autora: Teresa Grandes Núñez

- $w_{min} \rightarrow$ factor de inercia final
- $t \rightarrow$ número de iteración actual
- $t_{max} \rightarrow$ número de iteraciones totales

Otro tema que se debe profundizar es el valor que tomarán los dos componentes cognitivo (φ_1) y social (φ_2). Según el peso de cada una de ellas se puede dar tres casos según lo que el usuario desee modelar:

- $\varphi_1, \varphi_2 > 0$: tanto el componente cognitivo como el social actúan en el movimiento
- $\varphi_1 > 0, \varphi_2 = 0$: sólo interviene el componente cognitivo en el movimiento, de tal forma el resto de la población no influye en la búsqueda
- $\varphi_1 = 0, \varphi_2 > 0$: sólo interviene el componente social, a contraposición del caso anterior, el movimiento de la partícula no tendrá en cuenta la trayectoria particular de la misma a la hora de moverse por el espacio de búsqueda.

Por último, como última pincelada, destacar la importancia de la elección de un buen tamaño de la nube de partículas que será el causante de establecer un buen equilibrio entre la calidad de las soluciones halladas y el número de iteraciones necesarias para llegar a una solución eficiente.

6.3 Particularización del PSO al problema de inversión en bonos soberanos

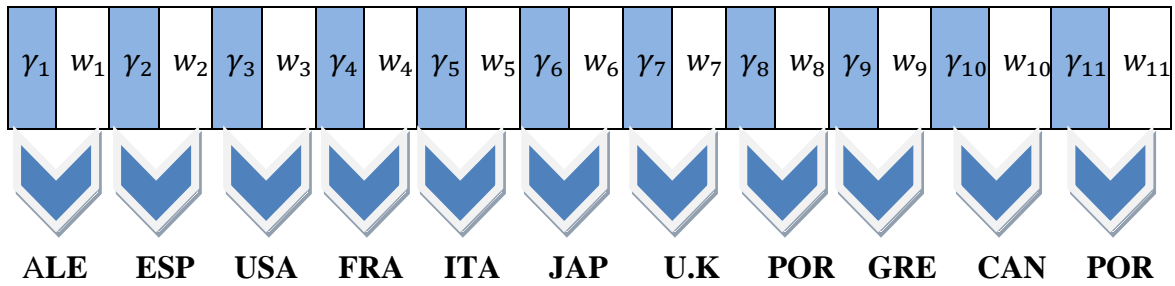
Para la determinación de la cartera de inversión se ha empleado la técnica metaheurística basada en la nube de partículas, PSO, incorporando una variante significativa ya que se codificará variables continuas y binarias al mismo tiempo. Así de este modo, cada país tendrá asociado una variable binaria que será la que determinará la posibilidad a invertir en esos bonos o en el caso contrario vetarlos e incapacitarlos a que no formen parte de la selección de los bonos soberanos, y por otra parte, también existirá una variable continua que corresponde a los pesos, w_i , que indicará la porción que se va a destinar a los bonos soberanos del país i .

6.3.1 Codificación

En el capítulo 5.2.2 se introdujo las componentes que iban asociados a cada partícula, en este apartado se va a particularizar cada una de ellas para el problema de inversión de los bonos.

En primer lugar, se codifica los vectores, x_i , $mejorpos_i$ y v_i . Los dos primeros conforman un vector de tamaño 22, dentro del cual hay 11 variables binarias, γ_i y las otras 11 restantes continuas w_i , una de cada tipo para cada país de la cartera de inversión que se seleccionó en capítulos anteriores.

Figura 6.3.1: Representación vectores x_i y $mejorpos_i$



El tercer vector de velocidad tiene un tamaño de 11, sólo aparecen variables continuas, una por cada país.

Figura 6.3.2: Representación vector v_i

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	----------	----------

Por otro lado, se hallará la función objetivo para cada posición x_i , recordemos que la era una función multicriterio que se pretende minimizar y era la siguiente:

$$\alpha \left(\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} w_i w_j \sigma_{ij} \right) + \beta \frac{1}{\sum_{i=1}^{11} w_i \bar{R}_i}$$

Para cada partícula se calculará su adaptación y se almacenará en $aptitud_{x_i}$, actualizando ésta en cada iteración. En el caso de que la aptitud de la partícula sea el mejor resultado tomado con respecto a las posiciones anteriores, se almacenará ese nuevo valor en $aptitud_{mejorpos_i}$.

Además se contará con los términos *mejorpos* y su *aptitud_mejorpos*, con la mejor posición (y por tanto composición de la cartera a invertir) encontrada hasta el momento entre todas las partículas y el segundo recoge el valor de la adaptación de esta posición.

Lo que al usuario, en este caso el inversionista, quiere saber es la composición final del portafolio donde va a invertir, dónde va a ir destinado su capital pero sobre todo el riesgo al que se somete al realizar esta inversión.

6.3.2 Inicialización Nube de Partículas y Nube de velocidades

Una vez detallados todos los vectores y variables en los que se va apoyar el algoritmo, se comienza inicializando la Nube. Para el problema que se va a resolver la Nube va a constituir una matriz de tamaño $N_p \times 22$, siendo N_p el número de partículas totales que van a formar parte de la población. De este modo, cada fila almacenará en cada iteración la posición de la partícula i . Para este problema se ha escogido basándose en pruebas experimentales que el número de partículas más eficiente es 50, quedando así una matriz de 50×22 . Cabe destacar, que nube inicial se creará aleatoriamente, pero estará limitada en caso de la variable w_i por la cota inferior y superior que se impone en el modelo.

Del mismo modo se crea aleatoriamente una Nube de velocidades, que posee el mismo número de filas que la anterior, en este caso 50, pero en número de columnas se ve alterado ya que no se hace falta disponer de las variables binarias, quedando así un número de filas igual a 11. Concluyendo, el tamaño de la matriz de velocidades será 50×11 . Hay que recalcar que los valores de las velocidades no podrá superar la v_{max} .

6.3.3 Evaluación de la aptitud

En cada iteración se evaluará la aptitud de cada partícula, calculando la FO en cada posición. Para ello el programa deberá contar con el vector de las rentabilidades esperadas y la matriz de covarianzas. A lo largo de la resolución del problema, en cada iteración será actualizando los diferentes valores asociados a la adaptación de las partículas individualmente como de forma global seleccionando la mejor aptitud de todas ellas.

6.3.4 Desplazamiento de las partículas en el espacio de búsqueda

Este apartado es de vital importancia, ya que el desplazamiento de las partículas condicionará la búsqueda por lo que hay que encontrar unos valores óptimos para los datos que se necesitan como el factor de inercia, la velocidad máxima o por ejemplo número de iteraciones. En primer lugar se va a explicar el procedimiento que se lleva a cabo y luego se darán los factores calibrados.

Como se ha explicado anteriormente cada partícula iteración tras iteración se debe actualizar su posición, pero ahora hay que matizar algunos pasos ya que en la descripción general no profundizaba demasiado y existen variantes al incorporar las variables binarias.

Una vez que ya se hayan hecho la comparativa de las aptitudes y se halla almacenado la aptitud actual en la variable correspondiente, se procede a la actualización del vector de velocidad para la partícula i . Para ello se realiza a través de la ecuación (5.2.1):

$$v_i^t = w^{t-1}v_i^{t-1} + \varphi_1 rand_1(mejorpos_i - x_i^{t-1}) + \varphi_2 rand_2(mejorpos - x_i^{t-1})$$

También en cada iteración se deberá actualizar en cada iteración el factor de inercia:

$$w^t = w_{max} - \frac{w_{max}-w_{min}}{t_{max}} * t \quad (5.2.3)$$

No obstante, la diferencia se encuentra en el paso siguiente ya que no se suma directamente a la posición x_i , antes se debe calcular la función sigmoidea de cada velocidad v_{ij} , en otras palabras, la velocidad del bit j de la partícula i se interpreta como la probabilidad que tome el valor “1” de esta forma si una vez calculada la función $sig(v_{ij})$, hace una comparativa con el umbral ρ , donde si la velocidad es muy alta superará el umbral y por tanto la variable y_{ij} será 1, en caso contrario tomará el valor nulo. Es decir seguirá el siguiente procedimiento:

1. Cálculo de la función sigmoidea, la cual se emplea para transformar el valor de la velocidad dentro del rango del valor umbral establecido comprendido entre $[0,1]$:

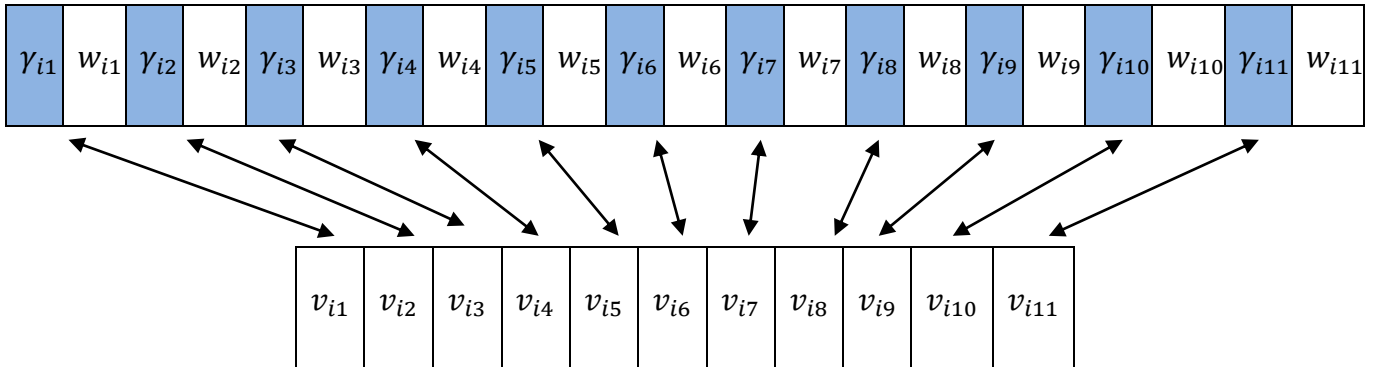
$$sig(v_{i,j}^t) = \frac{1}{1 + \exp(-v_{i,j}^t)} \quad (5.3.4)$$

2. Equiparación con el valor umbral:

$$\square \text{ Si } sig(v_{i,j}^t) < \rho \rightarrow x_{i,2j-1}^t = 0$$

$$\square \text{ Si } sig(v_{i,j}^t) > \rho \rightarrow x_{i,2j-1}^t = 1$$

Es preciso aclarar los subíndices en esta parte, para ello debemos recordar el tamaño y la naturaleza de los vectores x_i y v_i . El primero era de un tamaño de 22, ya que se compone de variables binarias y continuas, siendo estas últimas las que preceden a cada variable binaria, sin embargo el vector velocidad tiene un tamaño de 11, una variable continua por cada país, de forma que para realizar la comparación y a continuación el cambio del bit donde reside la variable binaria se debe jugar con los índices haciendo coincidir la posición de las velocidades de cada país j con sus respectivas variables binarias y ya entonces se podrá actualizar el valor de $x_{i,2j-1}^t$.



3. Actualización de las variables continuas dentro del vector x_i . Este paso sigue el mismo procedimiento que el algoritmo PSO codificado con variables continuas, sólo que hay que tener en cuenta que aquellos bit binarios que contengan un valor nulo, directamente su variable binaria asociada en $j+1$ será nula, ya que no se podrá invertir en ese país j en esa partícula i .

De este modo, resumido esquemáticamente sería así:

$$\square \text{ Si } \gamma_{ij}^t = 0 \rightarrow x_{i2j}^t = 0$$

$$\square \text{ Si } \gamma_{ij}^t = 1 \rightarrow x_{i2j}^t = x_{i2j}^{t-1} + v_{ij}^t$$

En este punto también hacemos una especial aclaración con los subíndices, ahora como queremos actualizar la variable continua del vector posición se debe desplazar el índice una posición más que es donde se encuentran este tipo de variables, precedidas de las binarias.

4. Admisibilidad final : Por último hay que tener excesivo cuidado para que las soluciones buscadas cumplan las restricciones del modelo, para ello en esta parte del algoritmo se debe revisar que cumpla las restricciones y si no es así, transformar la solución de manera que las cumpla y se encuentre dentro de la región de admisibilidad.

Para finalizar este apartado, haciendo hincapié que es la parte más importante del algoritmo, es más se podría decir que compone el pilar fundamental para la resolución del problema, se muestra los valores que se han definido para este problema en particular y que se emplearán tanto en la inversión a corto, como a medio y a largo plazo. Hay que señalar que más adelante se explicará el porqué de esas cifras dentro del capítulo de calibrado:

- $v_{max} = 5$
- $w_{max} = 1 ; w_{min} = 0.3$
- $t_{max} = 250$
- $\rho = 0.2$

6.3.5 Pseudocódigo

$t = 0$

Nube partículas \leftarrow Inicializar aleatoriamente

Nube velocidades \leftarrow Inicializar $[-v_{max}, v_{max}]$

Mientras no se alcance t_{max} **hacer** :

$t = t + 1$

Para $i = 1$ hasta tamaño Nube **hacer**:

Evaluar cada partícula x_i de Nube

Si $aptitud_mejorpos_i$ es mejor $aptitud_mejorpos_i$ **entonces**:

$mejorpos_i \leftarrow x_i$

$aptitud_mejorpos_i \leftarrow aptitud_{x_i}$

Fin Si

Si $aptitud_mejorpos_i$ es mejor $aptitud_mejorpos_g$ **entonces**:

$mejorpos_g \leftarrow mejorpos_i$

$aptitud_mejorpos_g \leftarrow aptitud_mejorpos_i$

Fin Si

Fin Para

Para $i = 1$ hasta tamaño Nube **hacer**:

Para $j = 1$ hasta tamaño x_i **hacer**

$v_{i,j}^t \leftarrow w^{t-1} v_{i,j}^{t-1} + \varphi_1 rand_1 (mejorpos_{i,2j-1} - x_{i,2j-1}^{t-1}) + \varphi_2 rand_2 (mejorpos_{g,2j-1} - x_{i,2j-1}^{t-1})$

$w^t \leftarrow w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{t_{max}} * t$

Si $\rho < sig(v_{i,j}^t)$ **entonces** $x_{i,2j-1}^{t-1} = 1$ y $x_{i,2j}^t = x_{i,2j}^{t-1} + v_{i,j}^t$

sino $x_{i,2j-1}^{t-1} = 0$ y $x_{i,2j}^t = 0$

Fin Para i

Fin Para j

Fin Mientras

Salida: devuelve la mejor solución

7 Diagramas de flujo

En ese capítulo son desarrolladas las distintas funciones empleadas para poner en marcha el algoritmo, para ello se apoyarán en diagramas de flujo donde se podrá ver representado gráficamente y de una forma más esquemática su funcionamiento.

A continuación aparece un listado de las 9 funciones desarrolladas:

- Crear vector
- Admisibilidad del vector
- Crear vector velocidad
- Crear matriz de poblaciones
- Crear matriz de velocidades
- Calcular adaptación
- Síntesis final con iteraciones

Así pues, cada función será analizada en los siguientes apartados

7.1 Crear vector

Esta función generará aleatoriamente un vector aleatorio conformado por 11 variables binarias y 11 continuas, las cuales estarán predisuestas de forma alterna, es decir, al principio se colocará una variable binaria y ésta irá seguida de una variable continua.

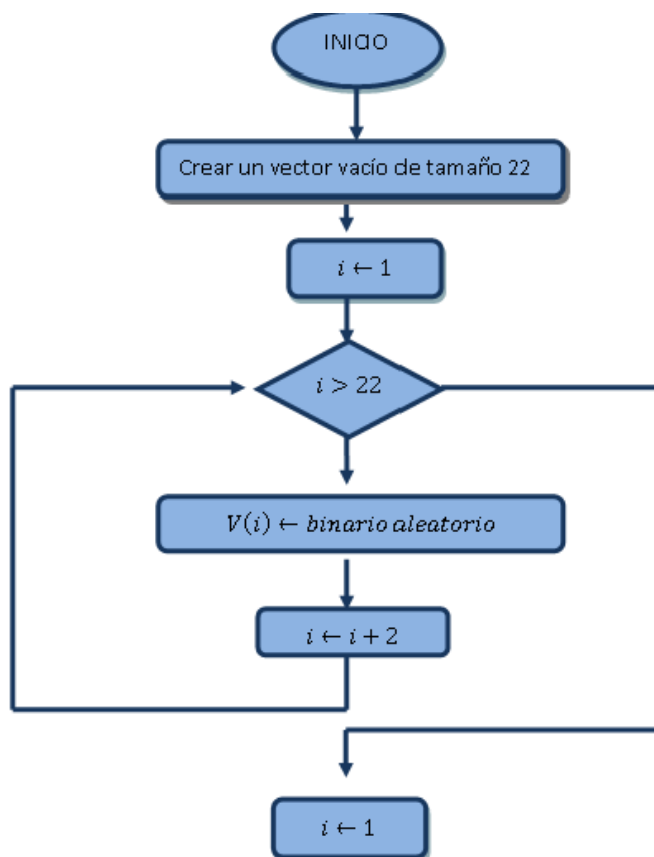
Como se ha comentado en numerosas veces las variables binarias limitarán la posibilidad de poder invertir, y las continuas conforman los pesos w_i , es decir, la cantidad exacta que se invierte.

Elementos importantes en esta función son la cota inferior y superior establecidas por parte del usuario, ya que estos dos valores conforman dos datos, no son variables del problema. Por lo tanto, es importante que los pesos no salgan de dicho límite. Otro aspecto que hay que programar son las variables asociadas a variables binarias nulas,

éstas deben permanecer nulas también y en ningún momento pueden tomar un valor positivo. De hecho, cuando una variable binaria i *aleatoriamente* toma el valor de cero, inmediatamente la posición siguiente $i+1$ a él toma el mismo valor nulo. En cuanto al tema de las cotas, para este problema se han calculado experimentalmente que los valores más eficientes son $CI=0$ Y $CS=0.6$, es decir, como se puede observar por abajo no hay límite alguno pero por el contrario si limita al usuario a colocar más dinero de la cuenta.

Por último, destacar que esta función no garantiza admisibilidad ya que puede superar la cantidad total a invertir (MAX) o en contraposición no llegar a reunir el suficiente capital en total, no llegando al mínimo establecido (MIN).

A continuación se muestra el diagrama de flujo de esta función en la figura 7.1.1



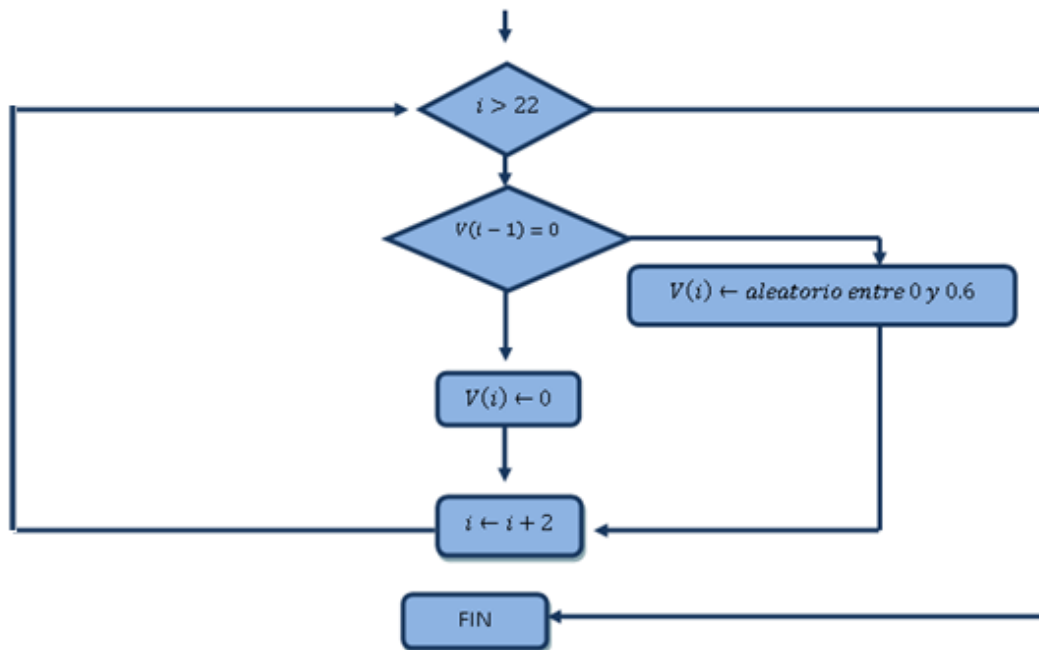
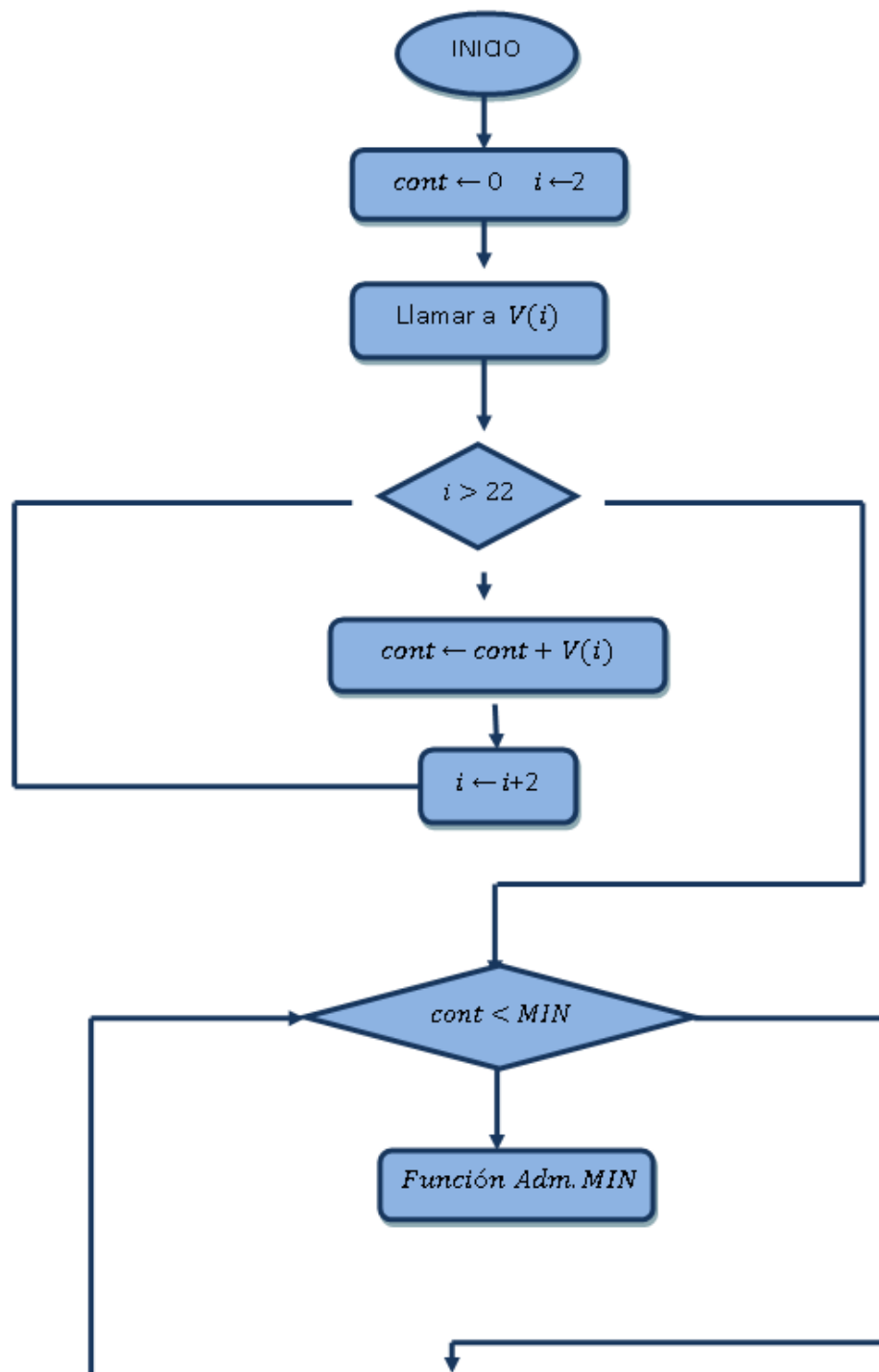


Figura 7.1.1: Diagrama de flujo “crear vector”

7.2 Admisibilidad del vector

Como se ha comentado antes, el vector generado no asegura la admisibilidad. De ese modo se crea una función que garantice que el capital total invertido se encuentre entre el MIN y MAX estipulado por el usuario. Por consiguiente, el primer paso es establecer estos valores $\text{MIN}=0.9$ y $\text{MAX}=1.1$. Una vez estipulados estos parámetros, se debe conseguir que el sumatorio de pesos del vector generado cumpla las acotaciones impuestas, para ello la función se divide en dos funciones al mismo tiempo. La primera será la responsable de rectificar (en el caso que sea necesario) que la totalidad del capital invertido no sea menor a 0.9, y de la misma forma, la segunda función tendrá que rectificar en el caso de que la suma de los pesos supere 1.1.

Así pues, primero se va a mostrar, en la figura 7.2.1, una vista general de cómo está organizada esta función:



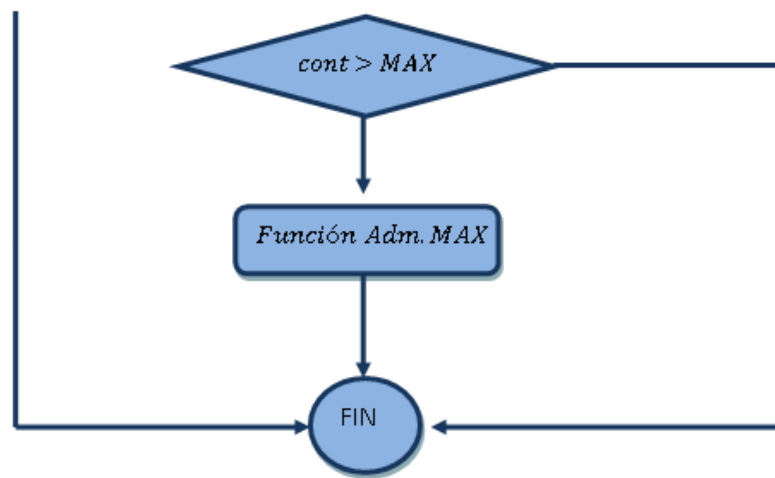


Figura 7.2.1: Diagrama de flujo “Admisibilidad vector”

Una vez presentado el diagrama general, se debe explicar el funcionamiento de las dos funciones que son empleadas en la función principal.

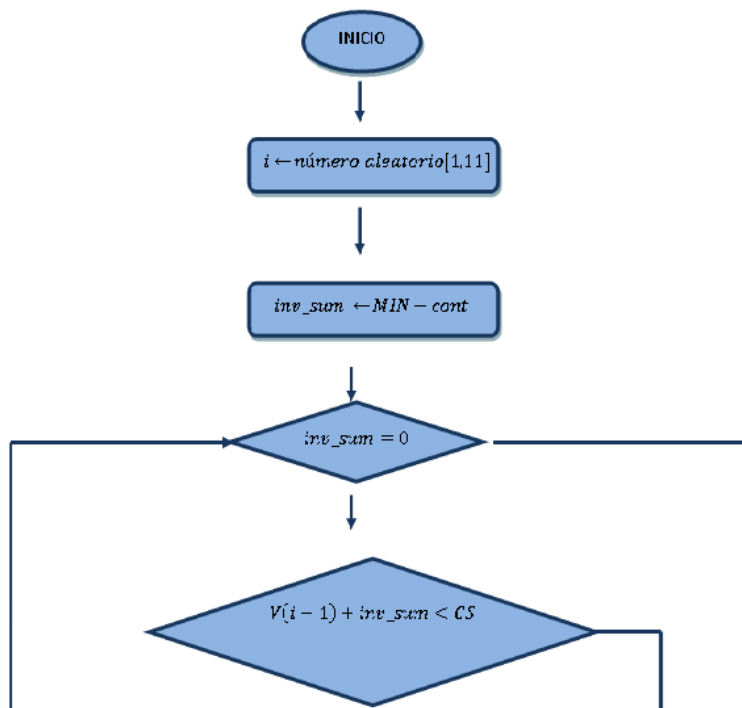
La primera, llamada “Función de Admisibilidad MIN”, calcula la diferencia entre la cantidad original y el mínimo a invertir. Una vez hallada, va recorriendo el vector analizando las posiciones pares aleatoriamente, de esta forma se mantiene el carácter aleatorio del algoritmo en todo momento, durante el recorrido puede encontrarse los cuatro siguientes casos:

- Caso 1: la posición donde se encuentra es distinta a cero y la suma de del valor que contiene más la inversión adicional para llegar al mínimo es menor a la CS establecida. En esta situación podemos invertir toda la cantidad que se necesita y así de este modo en la posición *i* se actualiza su variable continua por la suma de ambas, por lo que ya cumpliría la admisibilidad, ya está preparada para devolver esta solución a la función principal
- Caso 2: la posición estudiada tiene un valor distinto a cero pero a diferencia del anterior, la suma de el valor ya impuesto y la inversión adicional supera

la CS. En esta ocasión, se invertirá hasta llegar a la CS y el resto todavía se debe depositar en otra nueva posición, habrá que seguir iterando.

- Caso 3: en esta ocasión la variable donde se encuentra es nula, y la inversión adicional es menor a la CS y mayor que la CI. Así que por consiguiente se puede invertir la diferencia de dinero en esa posición y esto conlleva activar la variable binaria que va asociada. El problema ya está solucionado, se ha conseguido la admisibilidad deseada para ese vector. Hay que señalar que si la inversión adicional hubiera sido menor que CI se saltaría esa posición, inhabilitando la posibilidad de invertir en ese país
- Caso 4: en este caso, la función estudia una posición donde la variable del peso es nula, pero esta vez la inversión complementaria es mayor a la CS. Conforme a la circunstancias se invierte hasta llegar a la CS y el resto deberá ser depositado en bonos de otros países.

A continuación, se incluye la figura 7.2.2, la cual muestra el diagrama de flujo de esta función



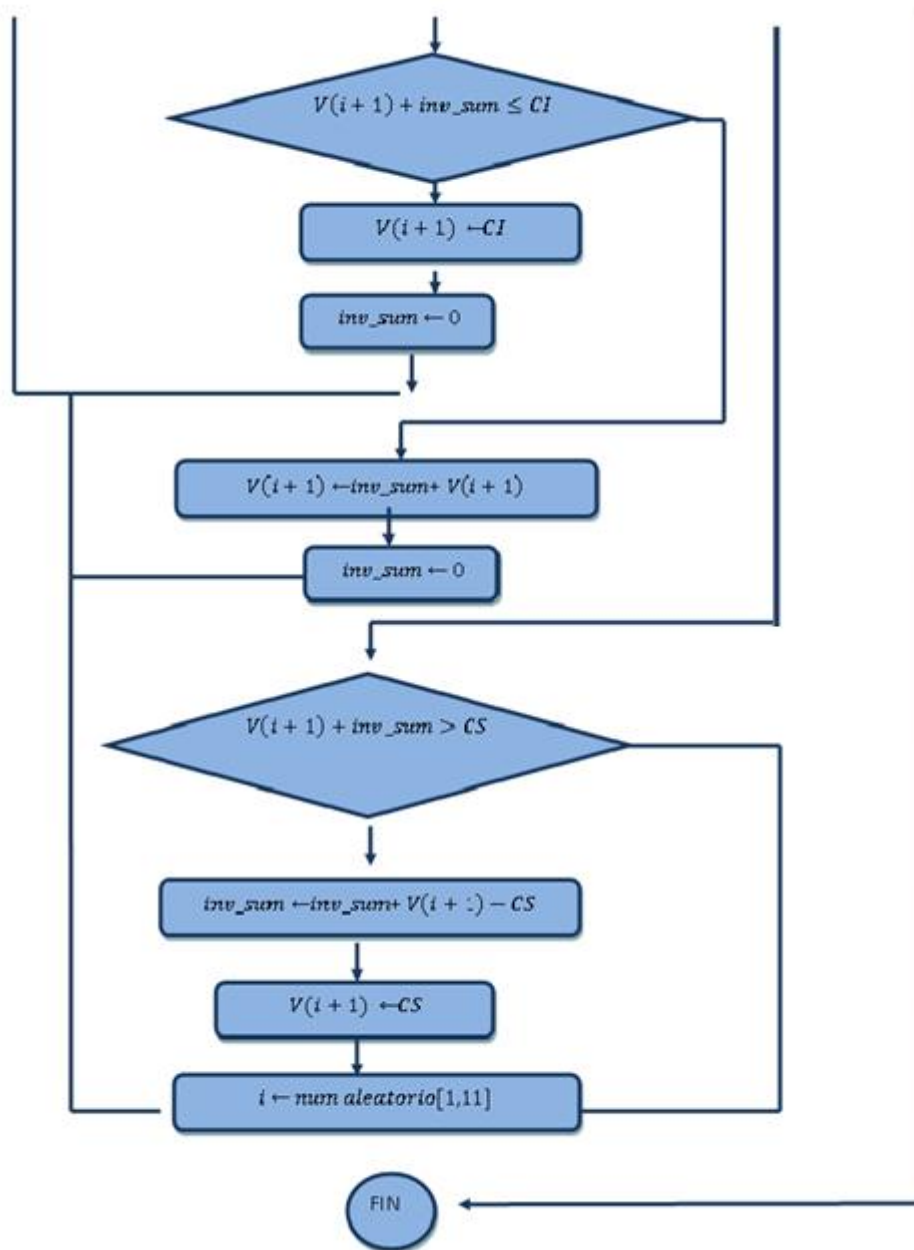
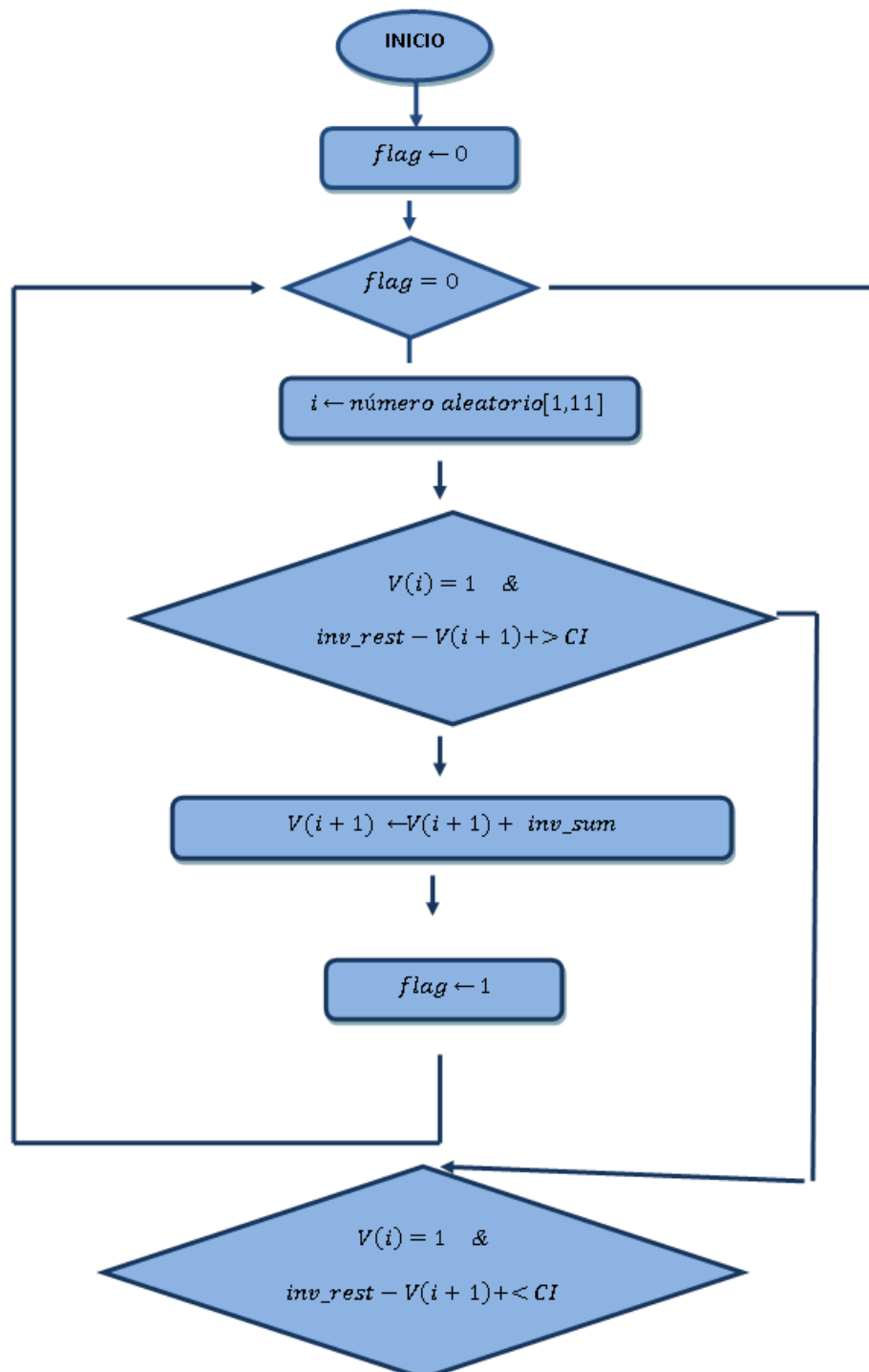


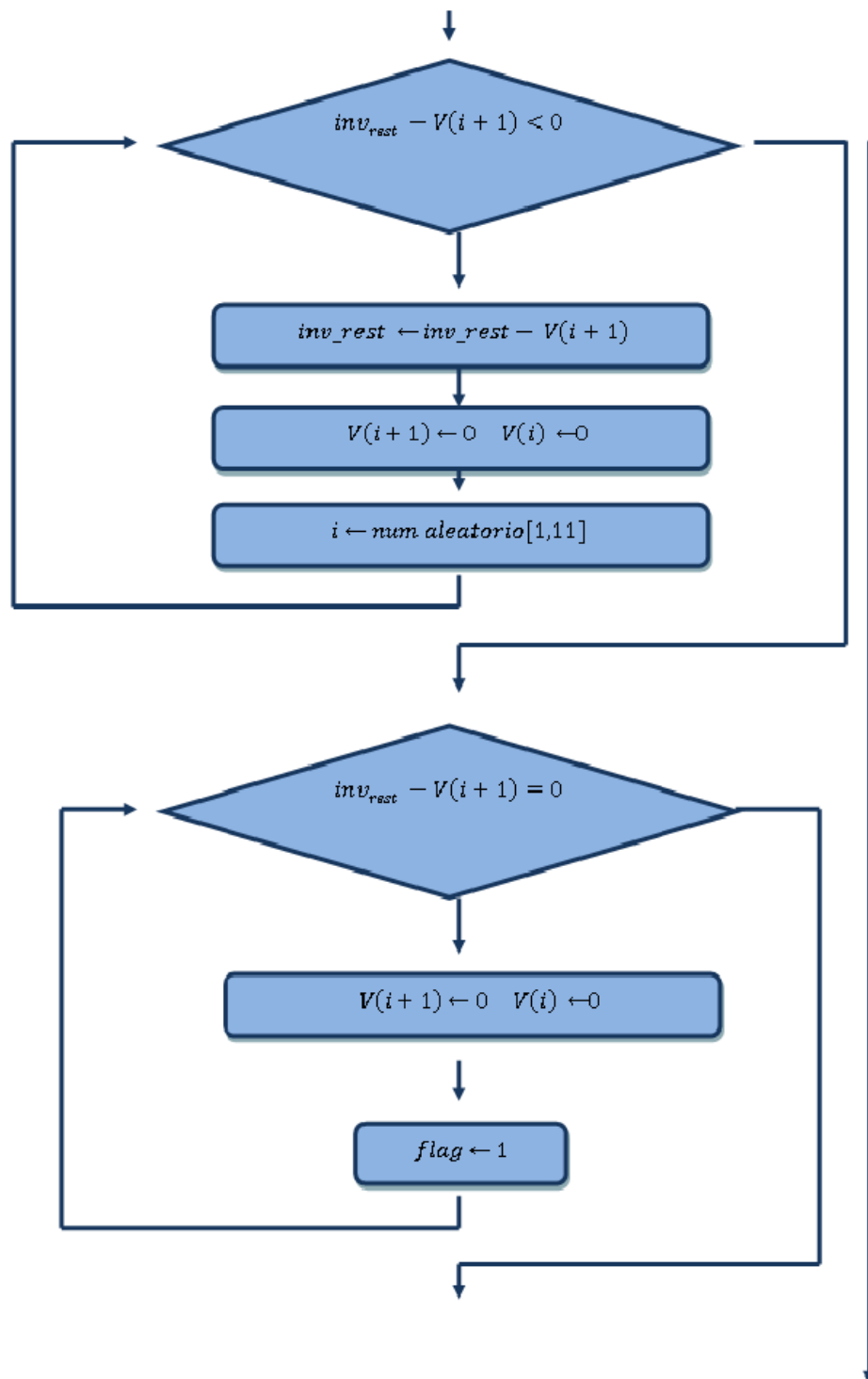
Figura 7.2.2: Diagrama de flujo “Función de Admisibilidad MIN”

Ya por último queda aclarar el modo de actuar de la segunda función, llamada “Función de Admisibilidad MAX”. Ésta evita que no se invierta más del total estipulado. En primer lugar se calcula la diferencia entre la totalidad de los pesos del vector no admisible y el MAX permitido. Al igual que la otra función, se recorre las posiciones asociadas a las variables continuas del vector y si estudia uno de los dos casos siguientes se debería rectificar el vector, en el caso de que esté analizando una variable continua nula se deberá recorrer la siguiente posición aleatoria hasta encontrar una que sea distinta a cero:

- Caso 1: se analiza una variable continua no nula dónde la diferencia entre el peso asociado a esa posición y la inversión a restar (inv_rest) para llegar al MAX es menor a la CS. Una vez situados aquí se pueden plantear tres sub-casos:
 - $V(i) - inv_rest > 0 \rightarrow$ se disminuye el peso de esa posición hasta que llegue a alcanzar CI y se actualiza el nuevo valor inv_rest restándole lo ya retirado de la inversión en los bonos de ese país donde se encuentra y seguirá recorriendo otras posiciones hasta que inv_rest sea nulo
 - $V(i) - inv_rest \leq 0 \rightarrow$ se anula esa variable, tomando el valor cero. Pero hay que diferenciar, si es igual a cero ya se ha llegado al vector admisible, se para el recorrido por el resto del vector, en cambio si es negativo se debe actualizar el valor de inv_rest ya que no se ha podido disminuir toda la inversión que se requería
- Caso 2: en este caso, ocurre lo contrario, la diferencia entre el peso asociado a esa posición y la inversión a restar (inv_rest) es mayor a CS. En esta ocasión se puede disminuir la inversión, restando todo inv_rest . Una vez modificado el peso de la posición estudiada, ya se logrado rectificar el vector y ya es admisible, habiendo conseguido la solución buscada por esta función.

En la figura 7.2.3 se ve aclara gráficamente lo que se acaba de comentar





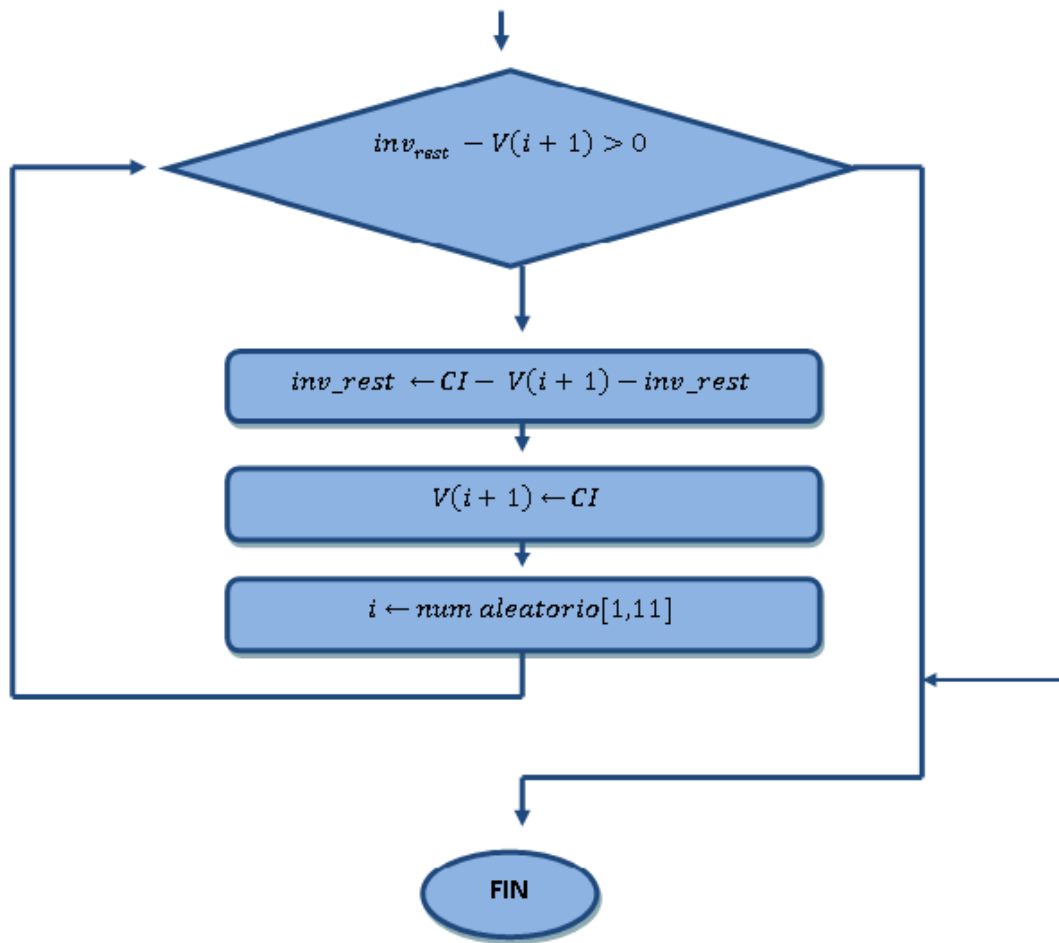


Figura 7.2.3: Diagrama de flujo “Función de Admisibilidad MAX”

7.3 Crear vector velocidad

En este apartado se dispone a generar el vector de velocidad inicial, a partir del cual se harán modificaciones tras cada iteración. Sigue un mecanismo parecido a la función “Crear vector aleatorio”, con la diferencia que ahora se trata de crear un vector aleatorio de tamaño 11 donde sólo aparecen las variables continuas v_i . Lo único que hay que cerciorarse es que las velocidades no se salgan del rango $[-v_{max}, v_{max}]$, en el problema en particular que se está tratando se ha tomando $v_{max} = 5$.

De este modo, el desarrollo de esta función se representa en la figura 7.3.1:

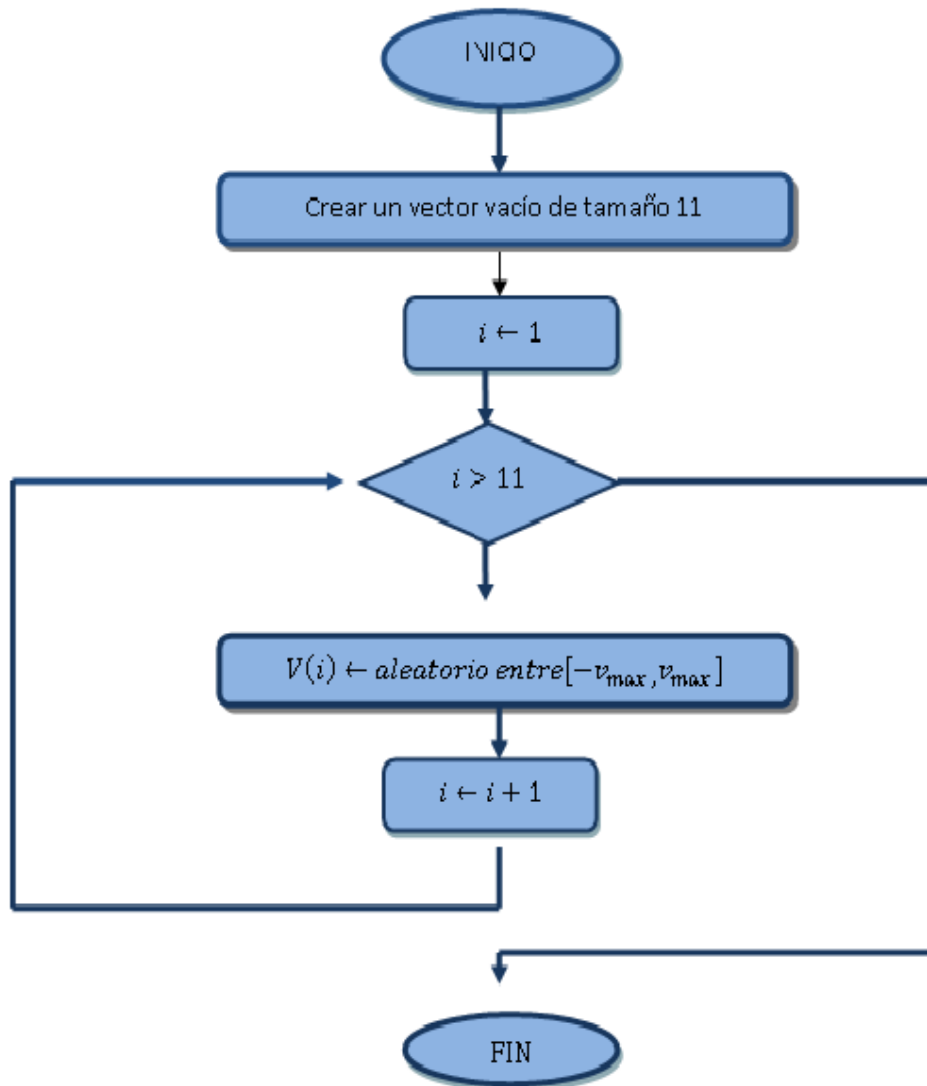


Figura 7.3.1: Diagrama de flujo “Crear vector de velocidad”

7.4 Crear Nube de población

Esta función su único fin es almacenar cada vector admisible i , en su fila correspondiente i de una matriz de tamaño $N_p \times 22$, en el caso particular al problema $N_p=50$, por tanto la matriz en cuestión tendrá un tamaño predeterminado por el número de columnas del vector posición x_i y número de filas igual al número de partículas con las que trabaje el algoritmo.

Así de este modo, se dispone a representar el diagrama de flujo de esta función en la siguiente figura 7.4.1:

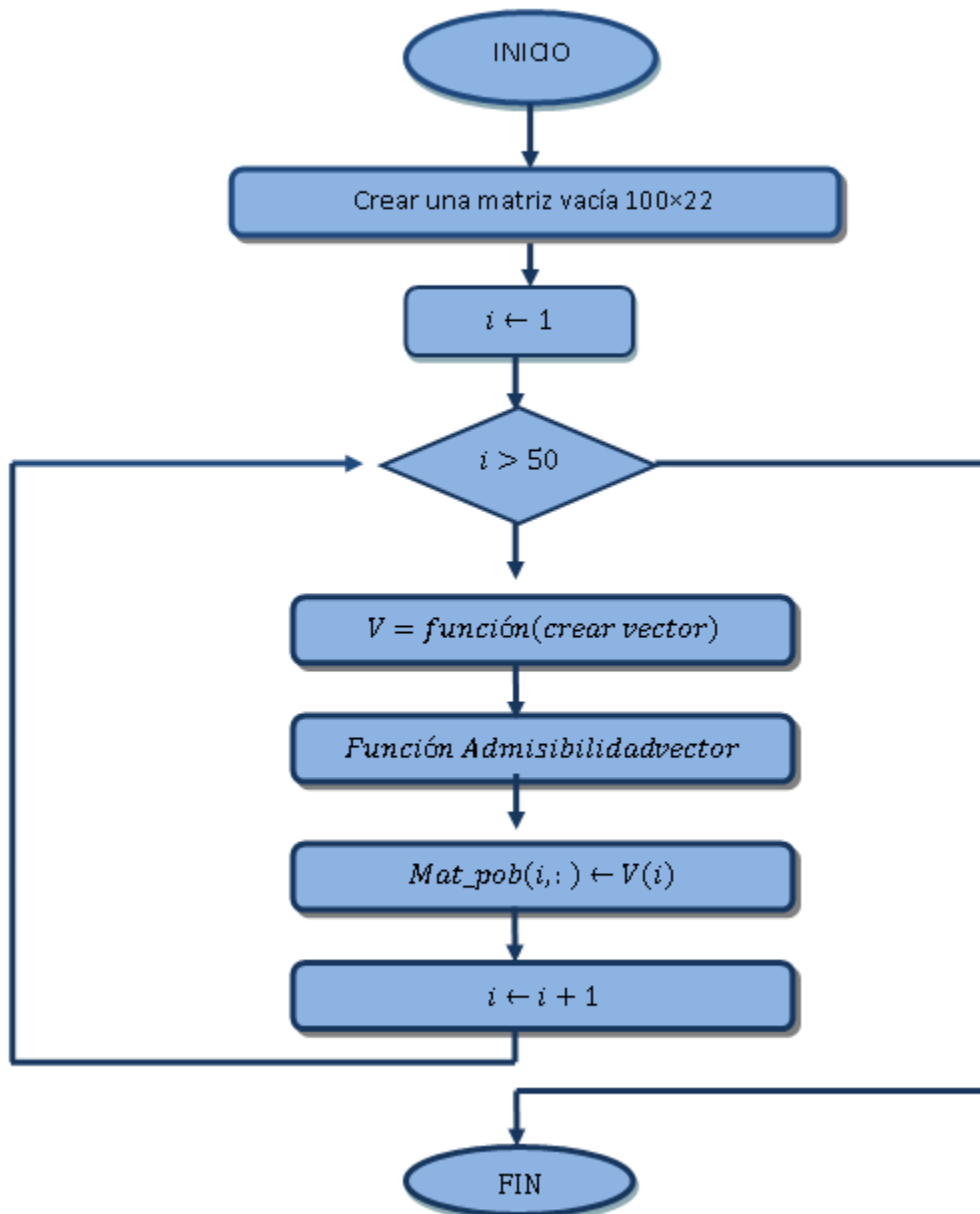


Figura 7.4.1: Diagrama de flujo “Crear Nube de población”

7.5 Crear Nube de velocidades

El desarrollo de esta función es análogo al del anterior apartado “Crear Matriz de poblaciones”. La única diferencia es el tamaño de la matriz, ya que ésta va a almacenar los distintos vectores v_i creados aleatoriamente al principio y que tras cada iteración van a ser modificados. De este modo, el tamaño en este caso es de 100×11 , conformada únicamente por variables continuas.

Después de lo comentado, se presenta su diagrama de flujo en la figura 7.5.1

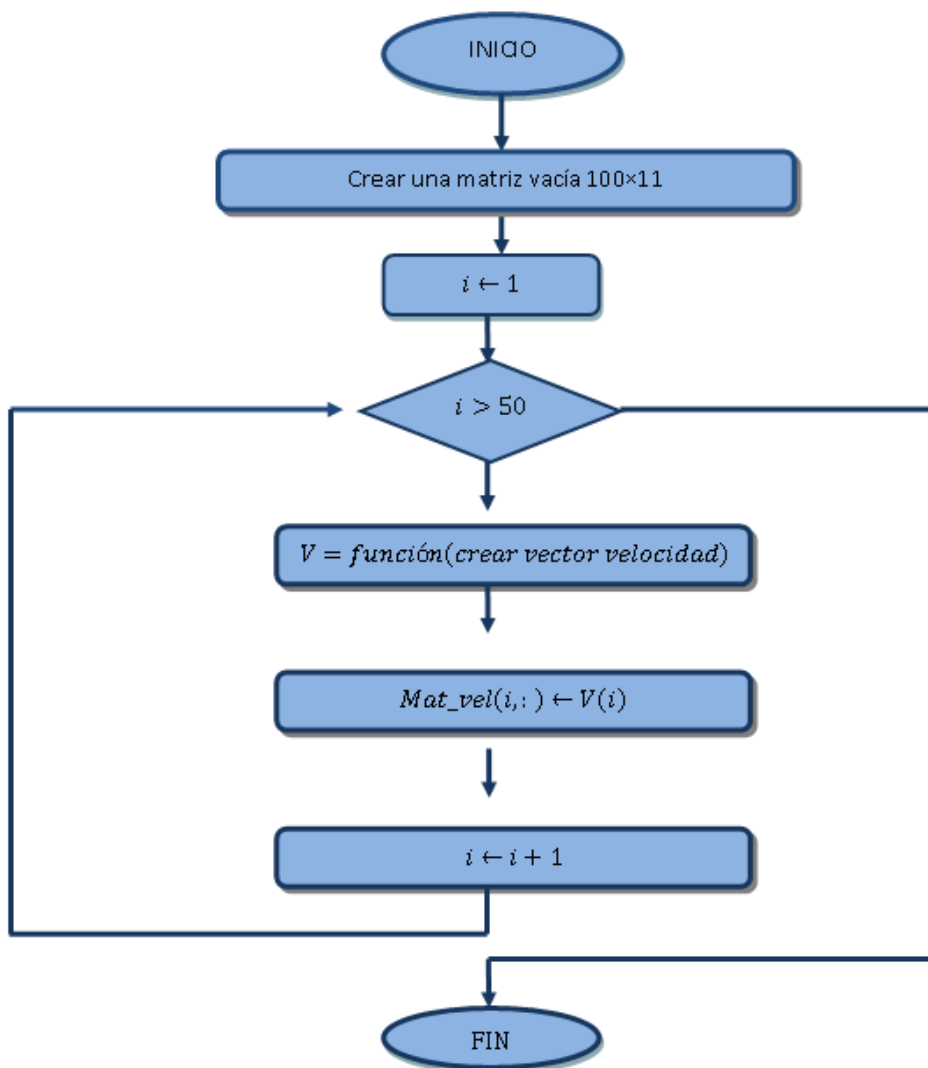


Figura 7.5.1: Diagrama de flujo “Crear Nube de velocidades”

Autora: Teresa Grandes Núñez

7.6 Calcular Adaptación

Esta función tiene el fin de calcular la adaptación o aptitud de cada una de las partículas que conforman la Nube, en otras palabras, calcula la función objetivo del modelo de inversión de carteras. Siendo ésta $\alpha \left(\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} w_i w_j \sigma_{ij} \right) + \beta \frac{1}{\sum_{i=1}^{11} w_i \bar{R}_i}$.

De este modo dividiremos esta función principal en dos funciones:

-La función “Riesgo”, que calculará el riesgo del portafolio realizando recorriendo doblemente las variables continuas que componen el vector de posición y multiplicando ambas por su covarianza asociada al par de pesos que se están analizando en la matriz. Las covarianzas se encontrarán recogidas en una matriz de covarianza (Mat_Cov).

-La función “Rentabilidad”, será la responsable del cálculo de la rentabilidad del portafolio que se analiza. Para ello se recorrerá el vector de posición de la partícula multiplicando cada peso por su rentabilidad esperada y finalmente se halla la rentabilidad generando un sumatorio de los productos realizados anteriormente en cada variable continua del vector. Cabe destacar, que los datos de los rendimientos esperados de cada país están recogidos en un vector denominado (RENT)

Una vez calculados tanto el riesgo como la rentabilidad, ya se puede calcular la adaptación final calculando el sumatorio del riesgo multiplicado por el parámetro α y de la inversa del rendimiento calculado por el parámetro β . Hay que señalar que estos parámetros se irán dando diferentes valores según la actitud del inversor y su disposición o su aversión al riesgo.

En primer lugar se muestra el diagrama de la función “Riesgo”, representada en la figura 7.6.1

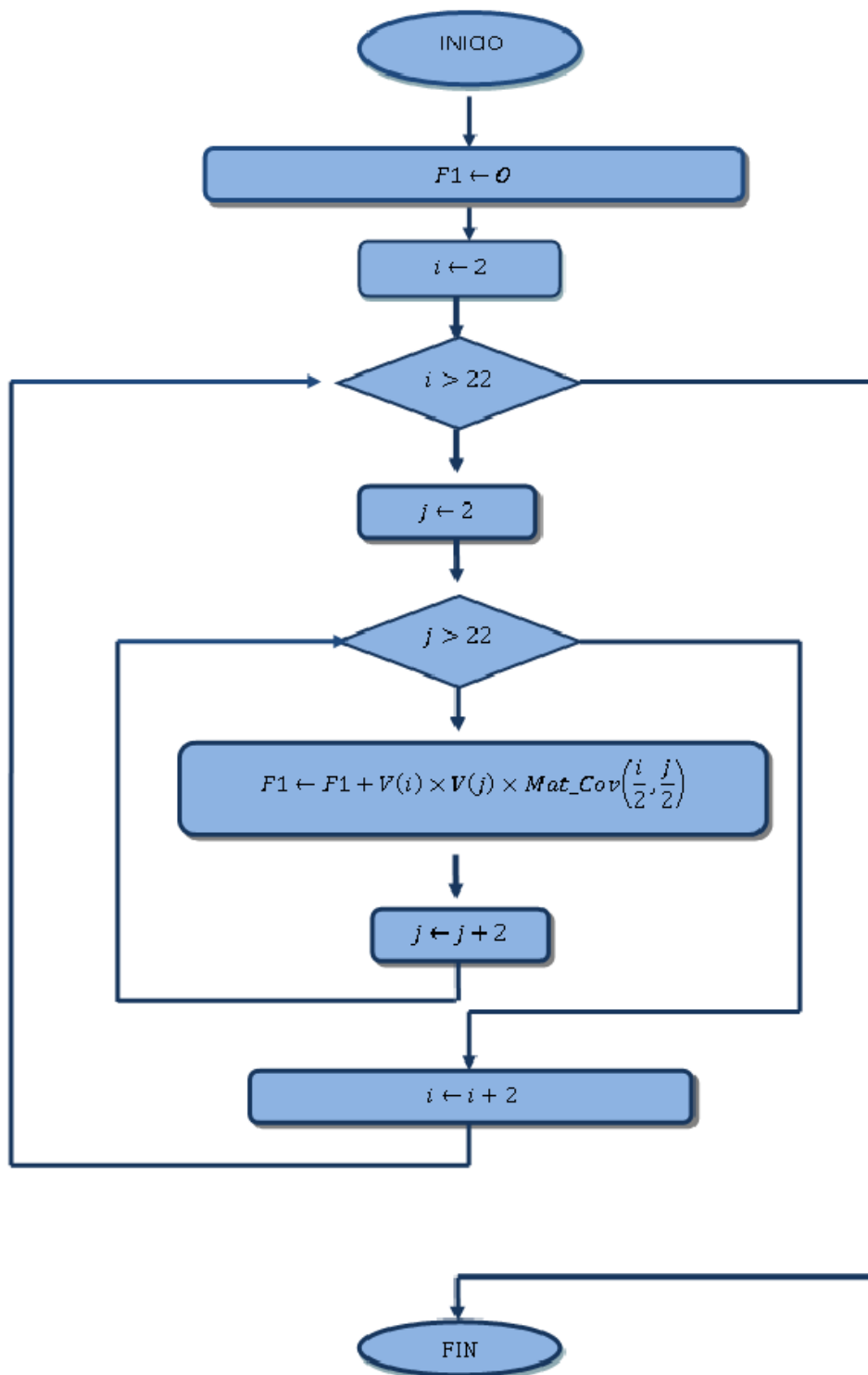


Figura 7.6.1: Diagrama de flujo “Riesgo”

A continuación se presenta el diagrama de flujo de la segunda función en la figura 7.6.2:

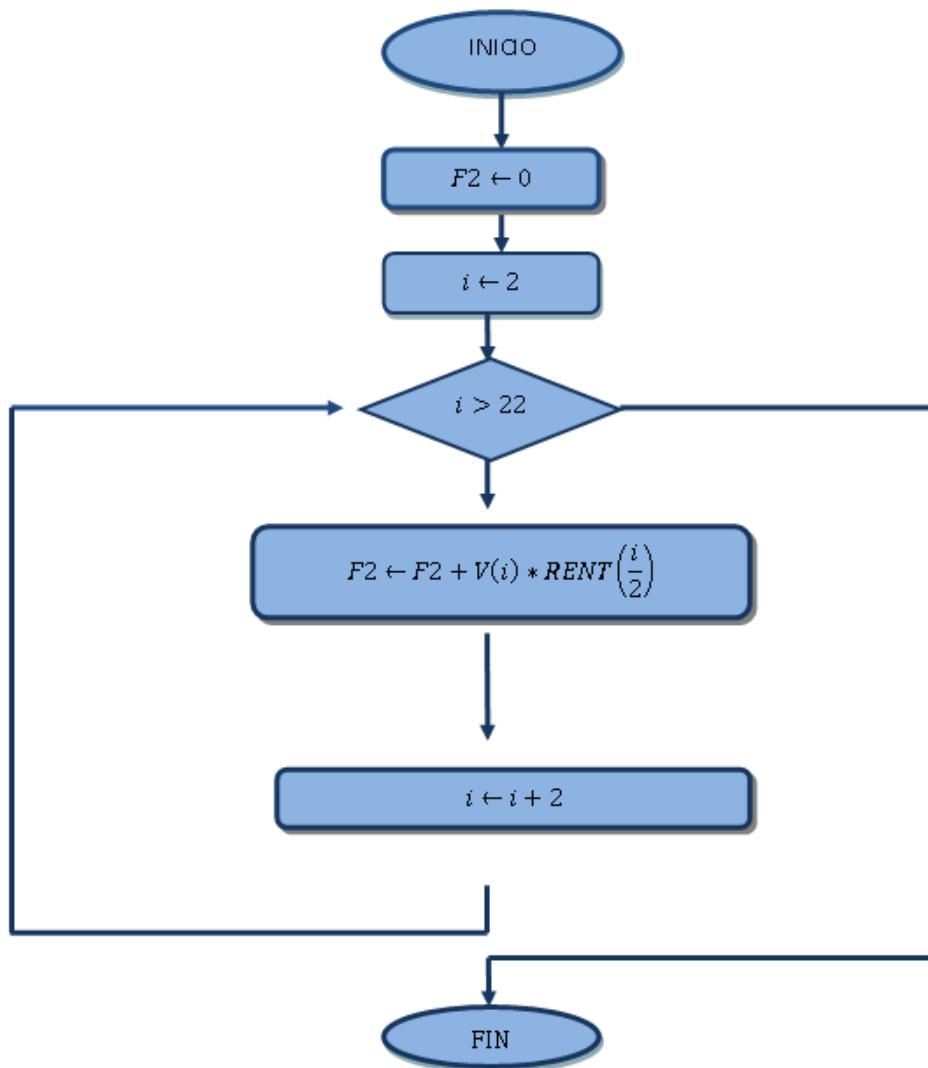


Tabla 7.6.2: Diagrama de flujo “Rentabilidad”

Por último se fusionan ambas funciones en una misma función principal, la ya denominada “Adaptación”. Por consiguiente, se muestra su diagrama de flujo en la figura 7.6.3

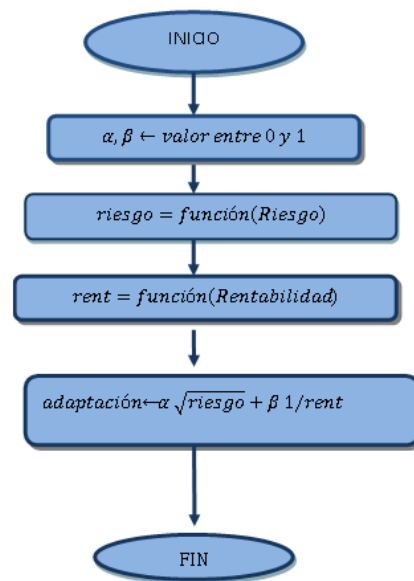
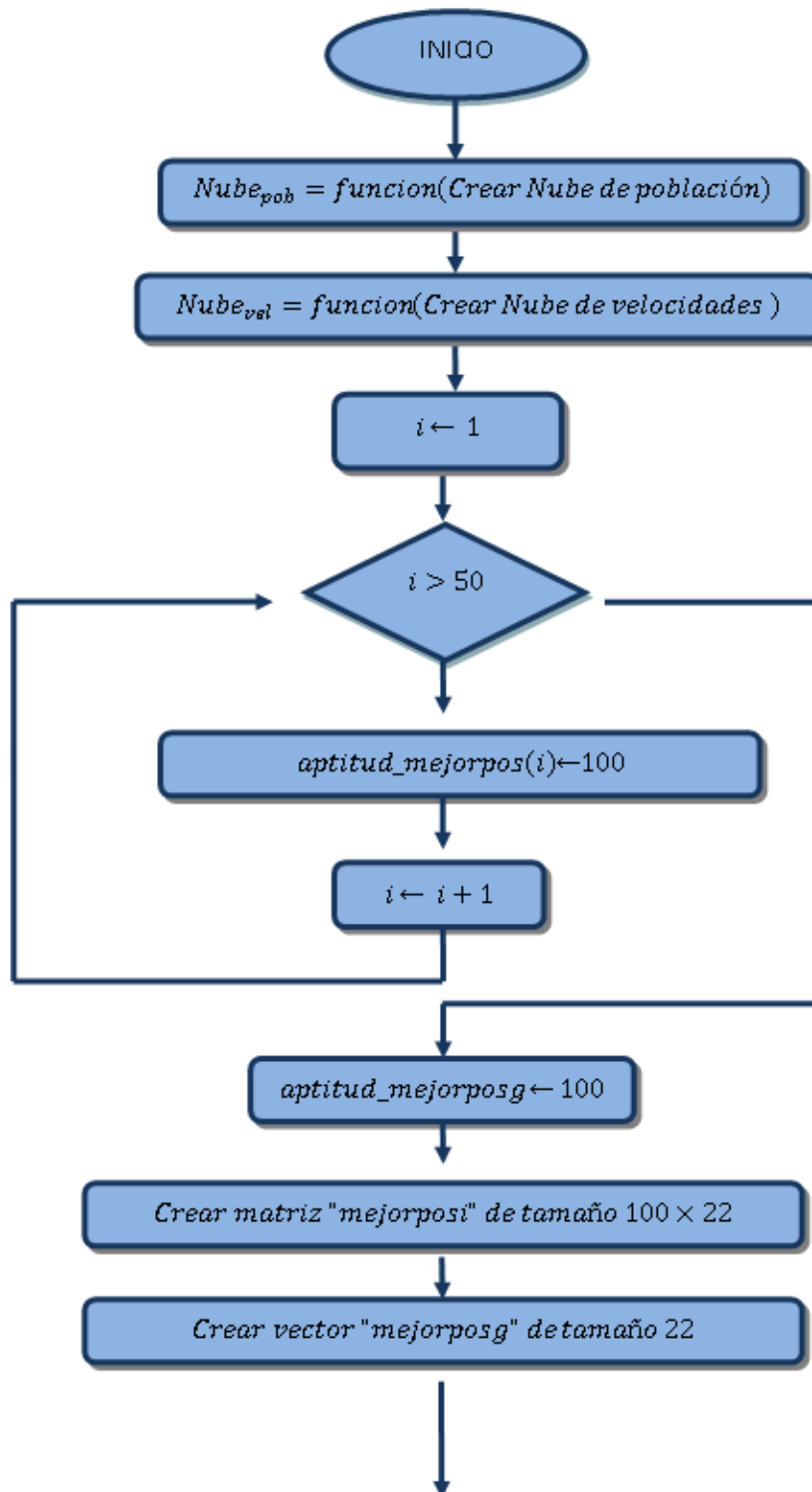
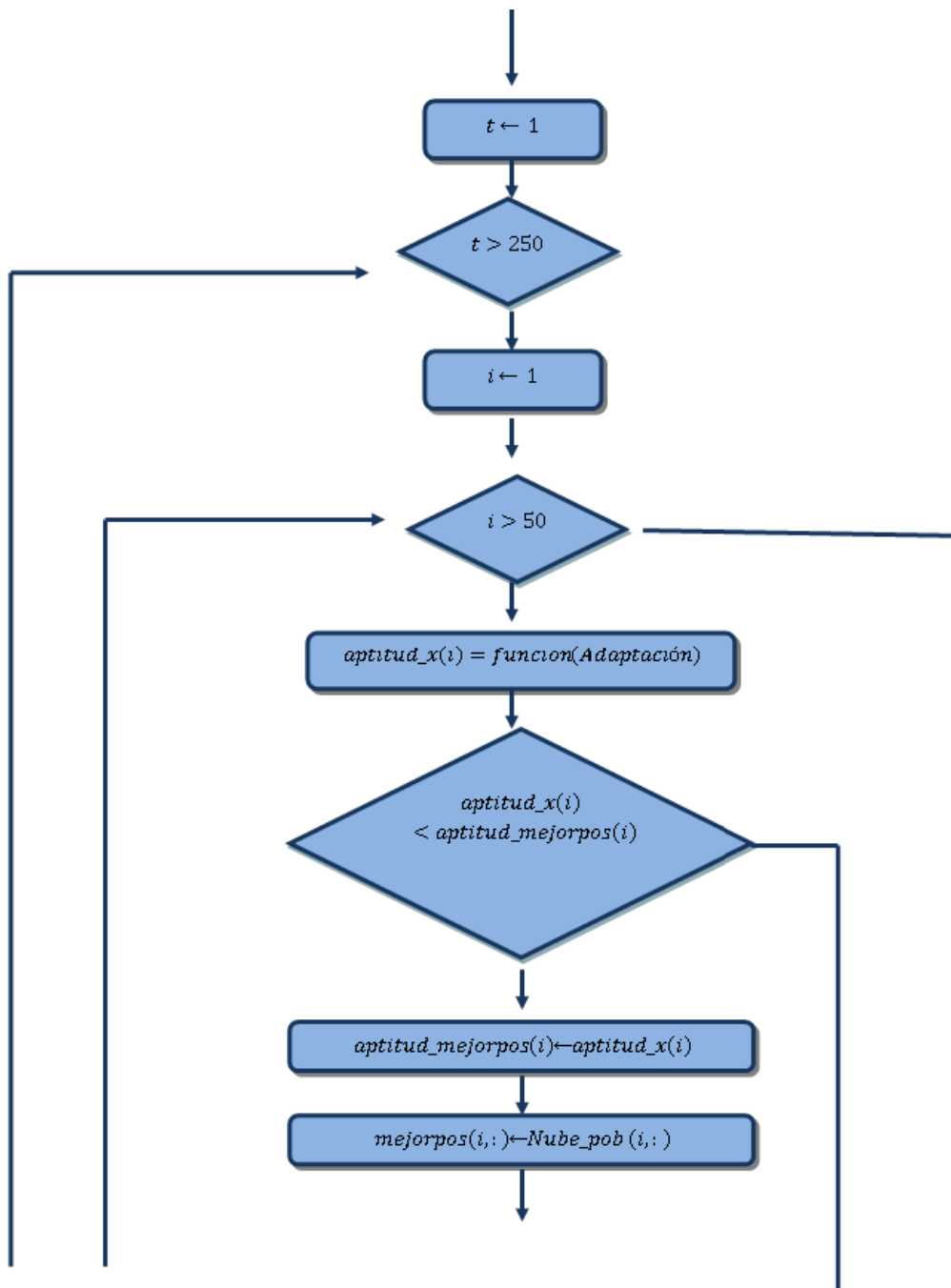


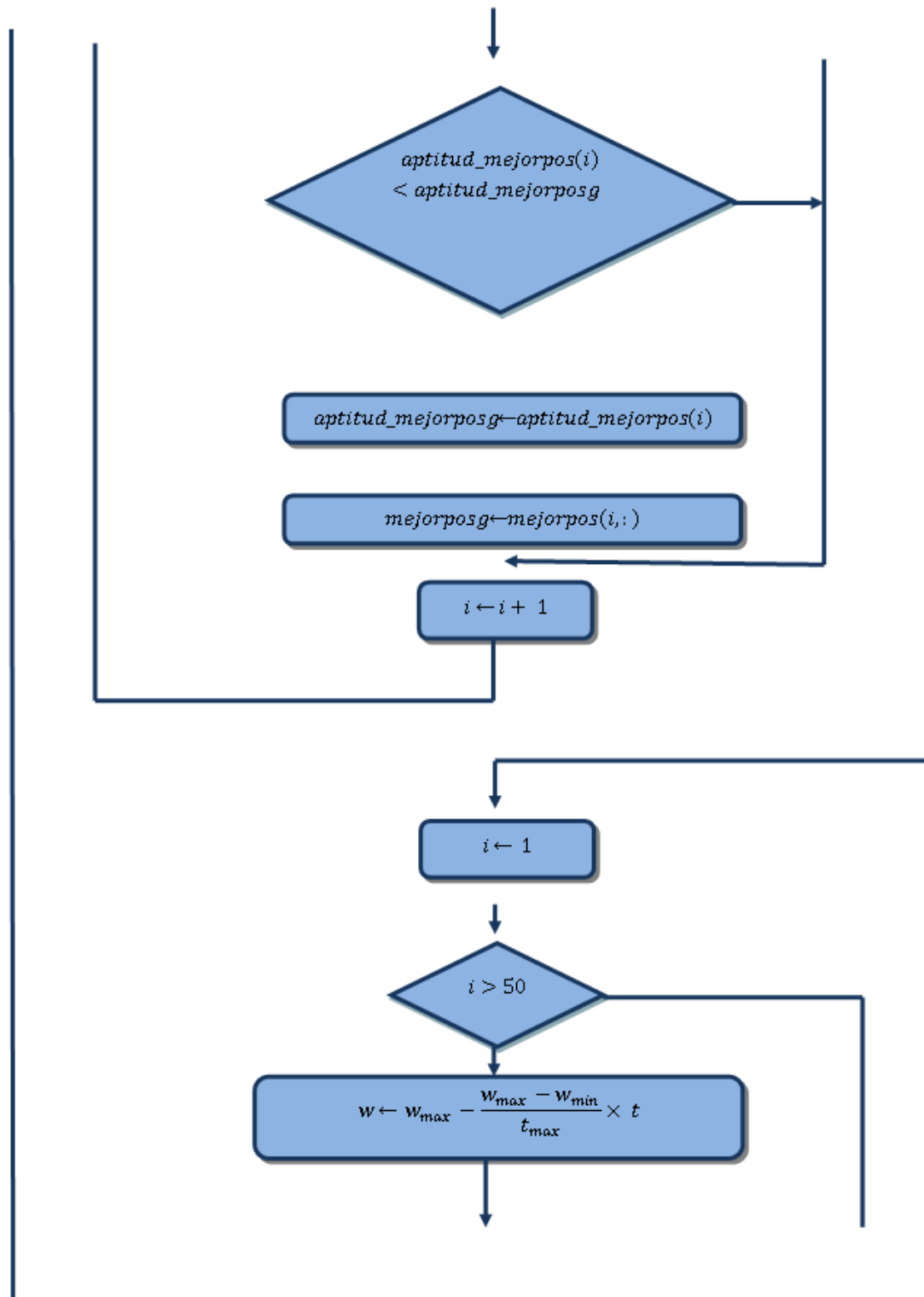
Figura 7.6.3: Diagrama de flujo “Adaptación”

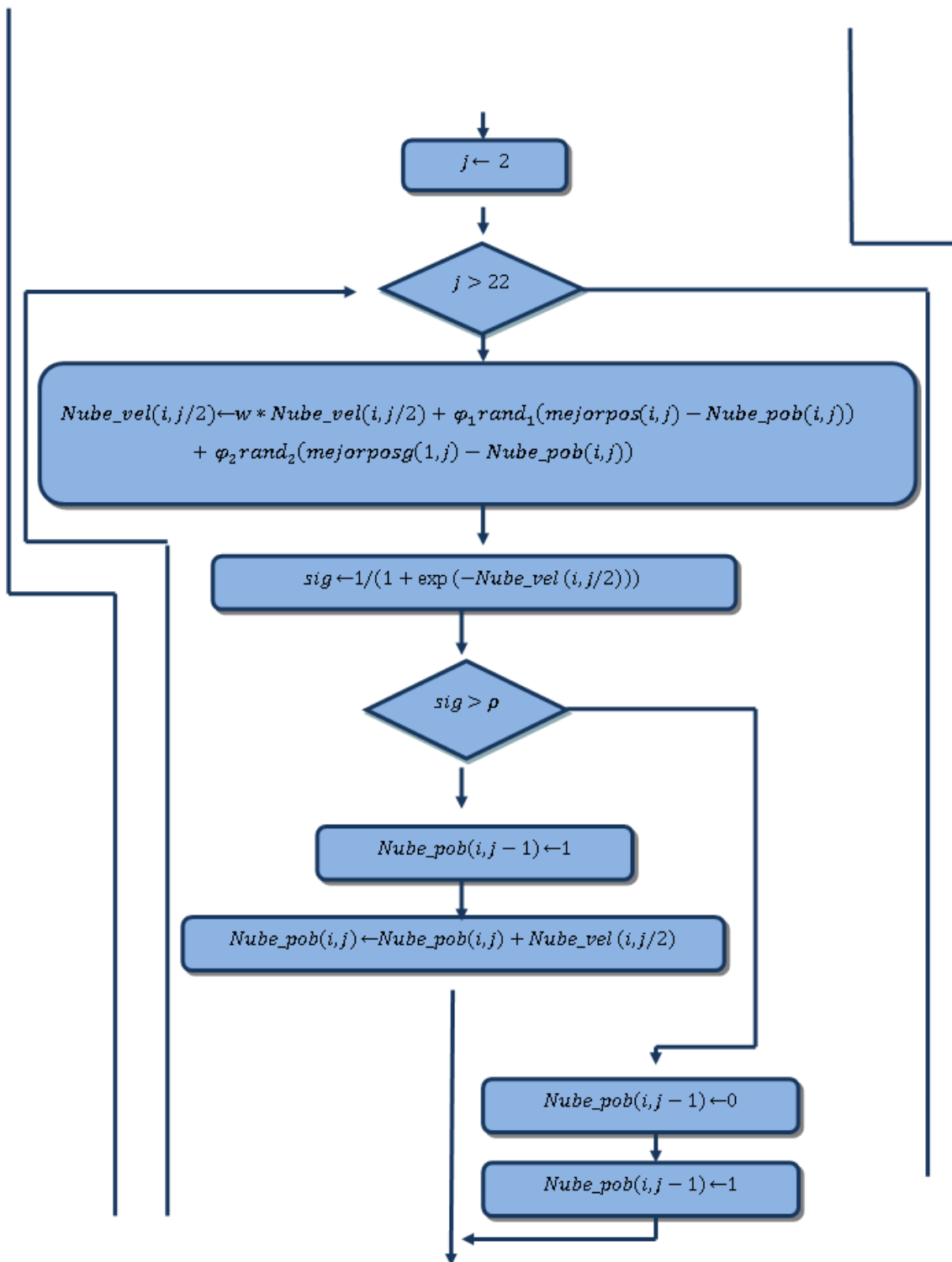
7.7 Síntesis global

A continuación se presenta el programa en general, dónde se hará uso de todas las funciones descritas anteriormente. Se comenzará por la inicialización de las matrices de población y la matriz de velocidades. Luego, comienza el proceso iterativo, para poder garantizar la búsqueda de una solución eficiente y de calidad, el algoritmo se implantará un número establecido de iteraciones, en este caso el número establecido es $t_{max} = 250$, con el propósito de que el resultado final que nos devuelva el programa sea el mejor resultado encontrado entre todas las iteraciones realizadas. En esta parte, se actualizarán tanto las variables de cada partícula i $mejorpos_i$, $aptitud_x_i$ y $aptitud_mejorpos_i$, como las variables globales $mejorpos$ y $aptitud_mejorpos$. Seguidamente se procederá al desplazamiento de cada partícula mediante un bucle que va recorriendo la Nube de velocidades y la Nube de población al mismo tiempo y que va modificándolas en cada iteración. Para finalizar el capítulo 7, se va a mostrar de forma esquemática el programa implementado para la resolución del modelo de inversión a través de un diagrama de flujo en la Figura 7.7.1 que recoge la síntesis global de lo expuesto en los apartados previos.









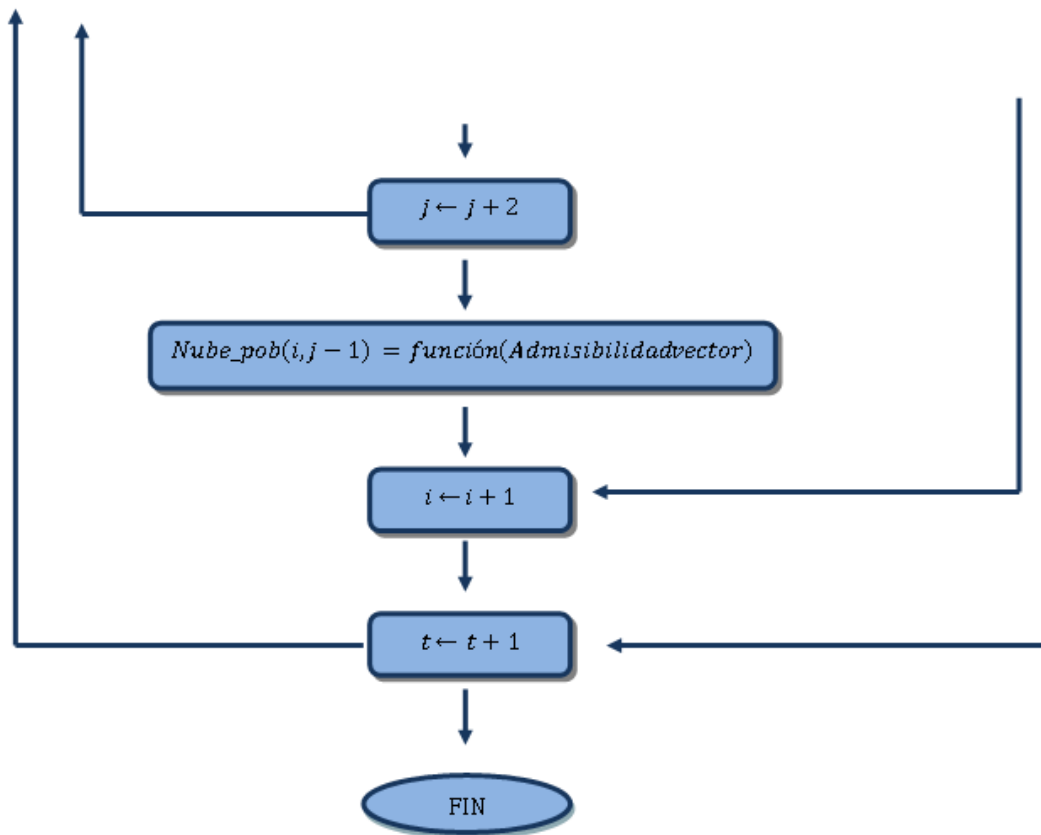


Figura 7.7.1: Diagrama de flujo "Síntesis global"

8 Calibración del algoritmo

El fin de este capítulo es calibrar los parámetros principales del algoritmo PSO implementado para el problema de la cartera de inversión. Hay que señalar que este algoritmo al ser una técnica metaheurística, su carácter aleatorio es intrínseco. Debido a esto los datos que se desean predeterminar deben ser recogidos a través de un estudio de calibración experimental.

En este caso, al implantar el algoritmo con el programa Matlab, se han seleccionado los parámetros uno a uno, variando el valor que se deseaba hallar dentro de un intervalo determinado y manteniendo constantes el resto de datos del algoritmo. Así pues, se ha visualizado los resultados de las mejores aptitudes encontradas frente a los distintos valores que tomaba el parámetro estudiado mediante una gráfica bidimensional. Este estudio se ha realizado tanto para bonos de corto, medio y largo plazo, ya que si sólo se estudian estos datos para un solo caso, por ejemplo a corto plazo, serían soluciones incompletas para el resto de caso ya que no les convienen siempre el mismo parámetro de este modo hay que buscar un equilibrio para que favorezcan a los plazos.

Una vez introducida el método que se ha llevado a la hora de calibrar, se muestran los 10 parámetros que se han sometido a la calibración experimental:

- CI → Cota Inferior a invertir en un país en particular
- CS → Cota Superior a invertir en un país en particular
- MIN → Cantidad total mínima a invertir en el conjunto de bonos
- MAX → Cantidad total máxima a invertir en el conjunto de bonos
- v_{max} → Velocidad máxima de las partículas
- w_{max} → Factor de inercia inicial
- w_{min} → Factor de inercia final
- t_{max} → Número total de iteraciones

- $N_p \rightarrow$ Número total de partículas que conforman la Nube
- $\rho \rightarrow$ Umbral

Hay que señalar que el calibrado se ha estudiado igualando los valores asociados al tanto por uno del riesgo como de la rentabilidad a $\alpha, \beta = 0$.

A continuación se va a explicar detalladamente la calibración de cada uno de los 10 parámetros.

8.1 Calibración de la cota inferior y superior

La elección de estos dos datos marcarán la predisposición del modelo a la diversificación, cuanto menor sea ambas cotas, el problema tendería a invertir en mayor número de países. Tampoco es aconsejable, que la diversificación sea tan alta, ya que limitaría el carácter del inversionista, es decir, si se trata de un usuario que está dispuesto a asumir riesgos la condición de una cota superior baja le inhabilitaría depositar más capital en aquellos bonos que llevan asociados mayor riesgo.

Así pues se debe buscar un equilibrio dónde se produzca cierta diversificación y de otro modo se deje mayor libertad al modelo para poder invertir más en función de la actitud del inversionista.

En primer lugar se calibró la CI. Se estudió el comportamiento de esta frente a la mejor aptitud encontrada (la menor función objetivo) en un rango de CI [0.05, 0.5] como se ve representado en la figura 8.1.1, dónde se puede observar la zona donde se daba las mejores soluciones. De esa zona se tomaron tres valores diferentes y seguidamente, se volvió a analizar esos valores en concreto, siendo el parámetro deseado aquel que dé lugar a la menor FO. El resultado de este análisis se ve recogido en la tabla 8.1.1

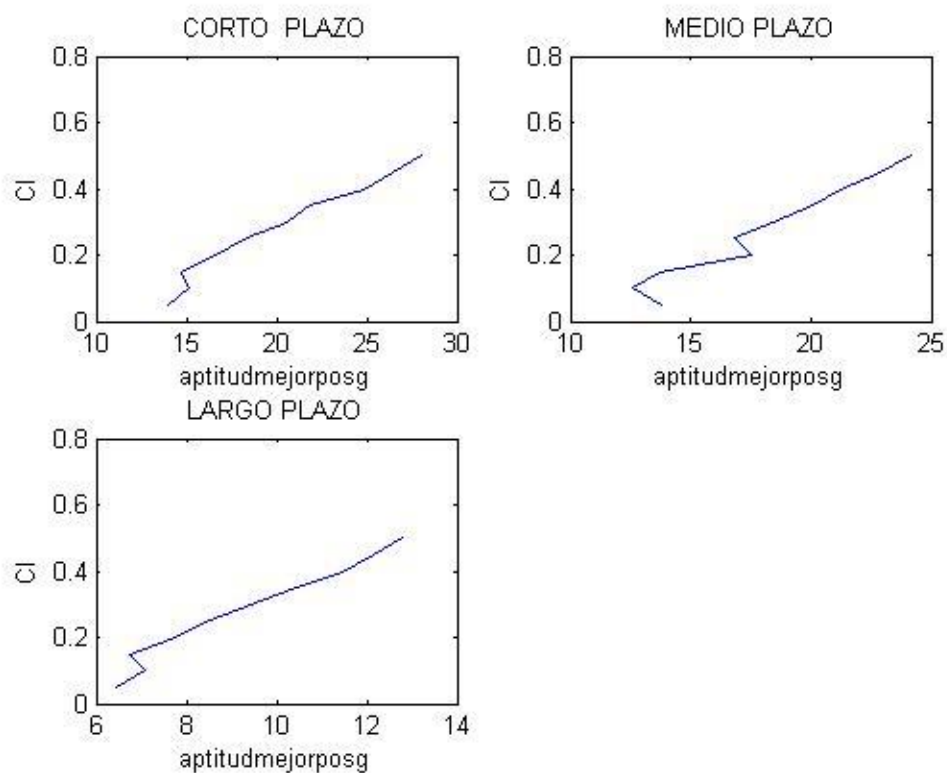
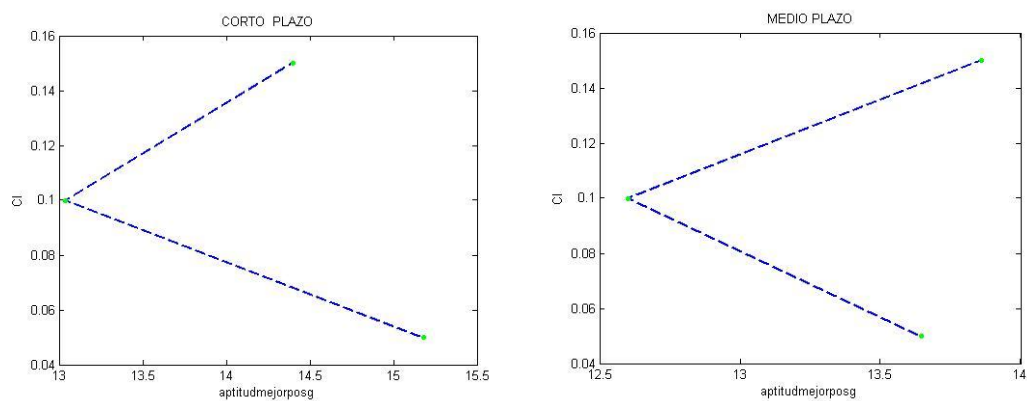
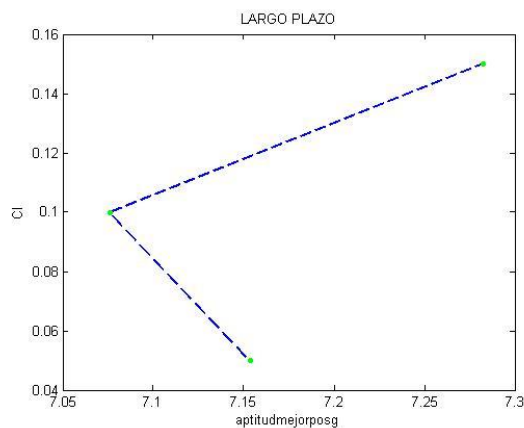


Figura 8.1.1: Representación de la CI frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP





Figuras 8.1.2: Resultados CI[[0.05,0.1,0.15] a CP,MP y LP

Tabla 8.1.1: Comparativa de CI [0.05, 0.1, 0.15] frente a la FO

CI →		0,05	0,1	0,15
FO	Corto Plazo	15,18	13,04	14,4
	Medio Plazo	13,65	12,6	13,86
	Largo Plazo	7,15	7,08	7,28

Vistos los resultados, marcando en la tabla 8.1.1 en negrita los mejores valores obtenidos, se fija el parámetro CI a 0.1, ya que la FO en los tres plazos diferentes es la menor en comparación con las otras dos cotas, aun así cabe decir que las cotas restantes analizadas no se desvían casi nada en comparación con el mejor resultado.

Ahora se dispone a analizar la CS, para ello en un primer momento se analizó la FO para una cota superior acotada entre [0.4, 0.6], mostrando en la figura 8.1.3 los resultados obtenidos. Si se analizan los resultados queda en evidencia que cuanto mayor es la cota superior menor es la función objetivo, en consecuencia a esto se fija el parámetro a 0.6 , cabe señalar que se estudió la respuesta del algoritmo con una cota superior a la fijada y resultaban valores más óptimos pero hay que tener en cuenta que el riesgo no sistemático hay que reducirlo y por ello una manera para reducirlo es limitar la inversión para que todo el capital no se deposite en un solo país .Se mostrarán los valores de la mejor aptitud global calculada en la tabla 8.1.2 obtenidos para tres valores diferentes de CS, en negrita se puede comprobar los mejores valores obtenidos para

cada plazo y se podrá ver claramente el contraste de las soluciones a medida que aumenta la cota superior ,corroborando así lo explicado.

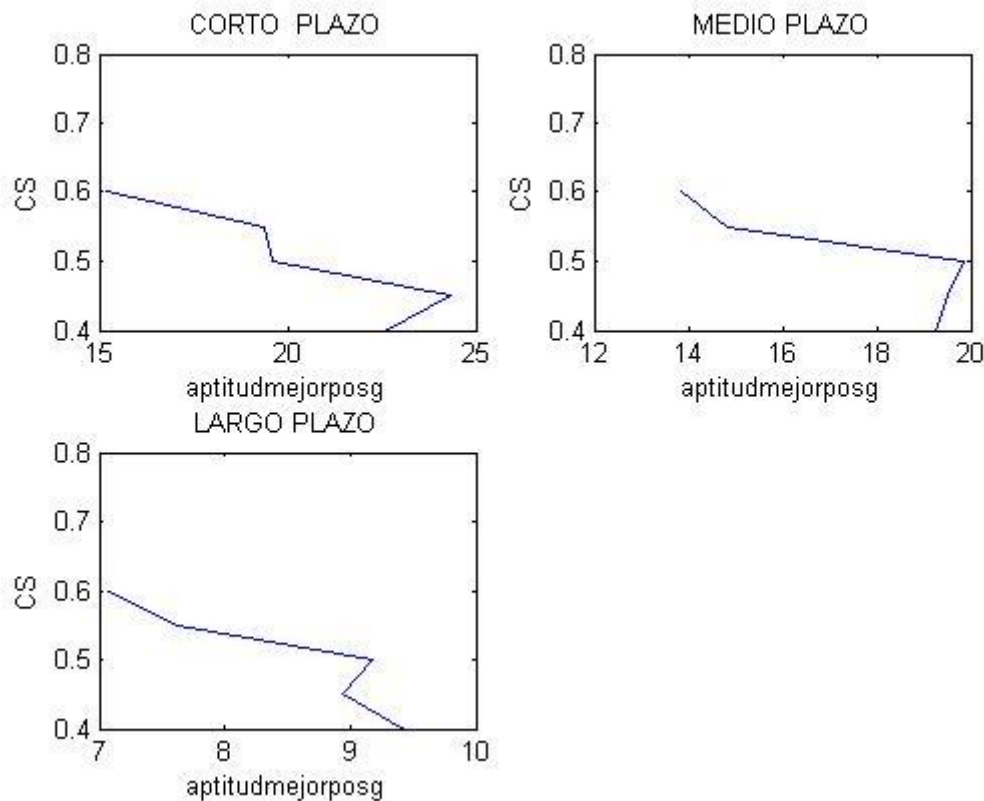


Figura 8.1.3: Representación de la CS frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

Tabla 8.1.2: Comparativa de CS [0,4,0,5,0,6] frente a la FO

CS →		0,4	0,5	0,6
FO	Corto Plazo	22,56	19,62	15,17
	Medio Plazo	19,24	19,84	13,87
	Largo Plazo	9,43	9,19	7,08

8.2 Calibración del Mínimo y Máximo total a invertir

Los parámetros MIN y MAX otorgan una mayor flexibilidad a la hora de invertir, se comentaba en capítulos anteriores, que cuanto mayor sea el rango entre el mínimo y

máximo, mayor será la región de admisibilidad y por lo tanto, mayor será el espacio de búsqueda.

De este modo, primero se calibró el capital mínimo que se podía invertir en total, se ha analizado desde MIN=0.7 hasta alcanzar un valor de MIN=0.9, y los resultados obtenidos se muestra gráficamente en la figura 8.2.1:

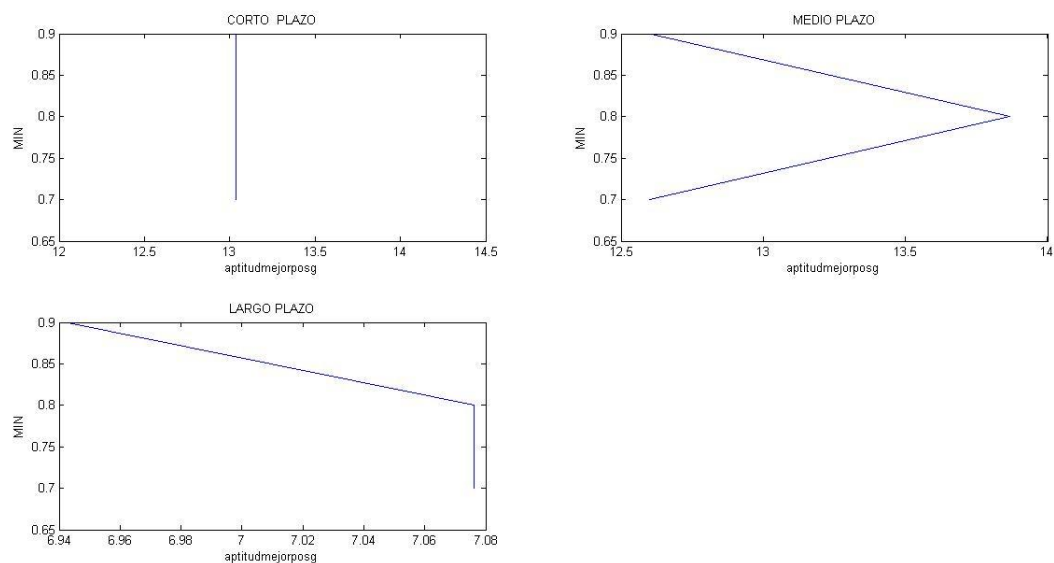


Figura 8.2.1: Representación de MIN frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

Vistas las gráficas, se puede observar que el valor que da buenos resultados es MIN=0.9, hay que señalar que a corto plazo el mínimo establecido no altera a la solución dada, permaneciendo constante en todo momento la mejor aptitud global del problema y a corto plazo sin embargo la FO tiende disminuir a partir de 0.8 aunque la variación es minúscula, el resultado queda casi inalterable.

Tabla 8.2.1: Comparativa de MIN [0.7, 0.8, 0.9] frente a la FO

MIN →		0,7	0,8	0,9
FO	Corto Plazo	13,04	13,04	13,04
	Medio Plazo	12,6	13,87	12,6
	Largo Plazo	7,08	7,08	6,94

Hay que señalar, viendo los resultados de la tabla 8.2.1, las variaciones de la FO objetivo en función al rango tomado para los valores del parámetro MIN son minúsculas, la función objetivo casi no aprecia diferencia, aun así se ha establecido MIN=0.9 porque en todos los plazos consigue el menor valor.

En cuanto al máximo, se analizó la adaptación del problema tomando este parámetro desde 1.1 hasta 1.5, como se puede apreciar en la figura 8.2.2 y los valores de la tabla 8.2.2, coincide que cuanto mayor es el máximo a invertir, peor son los resultados obtenidos, la función aumenta, de este modo nos quedaremos con el valor más bajo del parámetro MAX

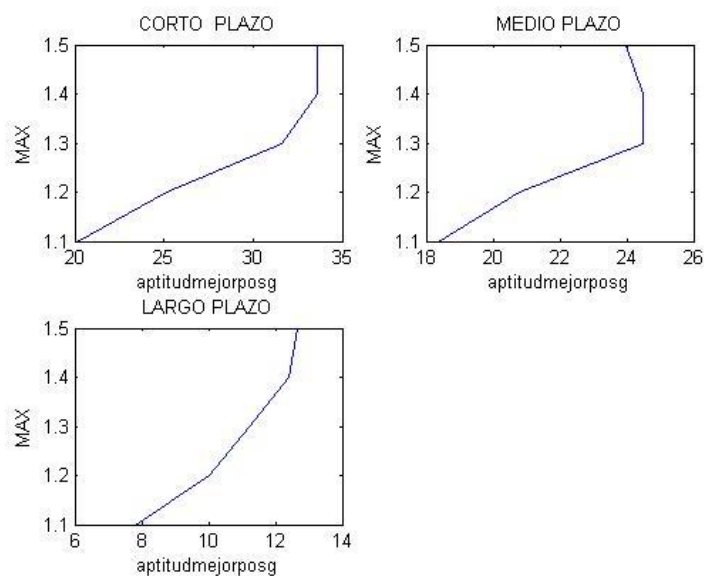


Figura 8.2.2: Representación de MAX frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

Tabla 8.2.2: Comparativa de MAX [1.1, 1.3, 1.5] frente a la FO

		MAX →	1,1	1,3	1,5
FO	Corto Plazo		20,1	31,6	33,59
	Medio Plazo		18,38	24,51	23,95
	Largo Plazo		7,79	11,2	12,65

Aquí, por el contrario al caso del MIN, la diferencia es bastante apreciable, se ve claramente que el valor óptimo establecer al parámetro MAX es 1.1.

8.3 Calibración de la velocidad máxima

En primer lugar, es conveniente que este parámetro no tome valores muy altos ya que se podría producir una pérdida de la eficiencia, sin embargo no es conveniente tampoco que tome un valor nulo. Teniendo en cuenta esta premisa, se va analizar este parámetro dentro del siguiente rango [5,20], cuyos resultados se representan en la figura 8.3.1 y se muestran en la tabla 8.3.1.

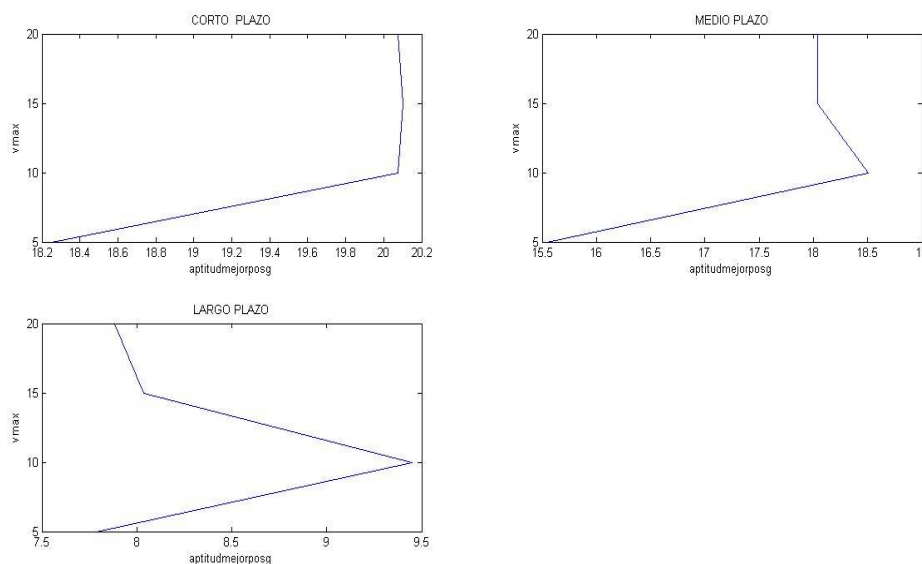


Figura 8.3.1: Representación de v_{max} frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

Tabla 8.3.1: Comparativa de $v_{max}[5,10,15]$ frente a la FO

		$v_{max} \rightarrow$	5	10	15
FO	Corto Plazo		18,25	20,08	20,1
	Medio Plazo		15,55	18,5	18,04
	Largo Plazo		7,79	9,45	8,04

Viendo los resultados obtenidos, se puede observar tanto en corto como a largo plazo que la función objetivo tiende a incrementarse de forma proporcional con la velocidad, este comportamiento no es tan visible en el caso de largo plazo ya que las variaciones

son pequeñas dentro del rango. De este modo, sobre todo atendiendo al comportamiento de las dos primeras se estipulará $w_{max}=5$.

8.4 Calibración del factor de inercia inicial y final.

Ambos factores serán los responsables de controlar al vector velocidad, haciendo así que al principio se tomen valores altos y en función vaya acabando las iteraciones se reduzca su valor, así pues, al principio con velocidades altas permite una búsqueda más amplia dónde se evita encasillarse en óptimos locales y a función de que vaya disminuyendo la búsqueda se centra más en un espacio concreto encontrando la mejor solución más próximo al óptimo.

En primer lugar, se ha estudiado la variación de la mejor aptitud encontrada en función a los valores de $w_{max} = [1,10]$, dando lugar la siguiente grafica que se muestra en la figura 8.4.1 y cuyos valores están recogidos en la tabla 8.4.1.

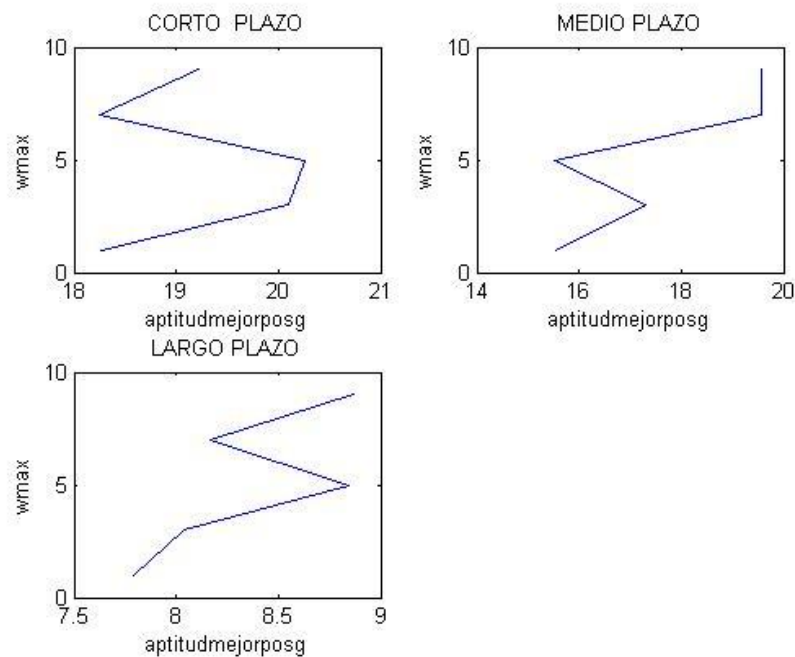


Figura 8.4.1: Representación de w_{max} frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

Tabla 8.4.1: Comparativa de $w_{max}[1,5,9]$ frente a la FO

		$w_{max} \rightarrow$	1	5	9
FO	Corto Plazo		18,26	20,25	19,22
	Medio Plazo		15,55	15,51	19,58
	Largo Plazo		7,79	8,85	8,87

A la vista de los resultados obtenidos, no hay mucha diferencia dentro del rango, pero aún así los valores más bajos se encuentran en $w_{max}=1$, de este modo estipulamos este valor al factor de inercia inicial.

En segundo lugar, se analizan los valores del factor final dentro del rango $[0.2, 0.8]$ mostrando los resultados obtenidos mediante Matlab en la tabla 8.4.2 y representándolo gráficamente en la figura 8.4.2

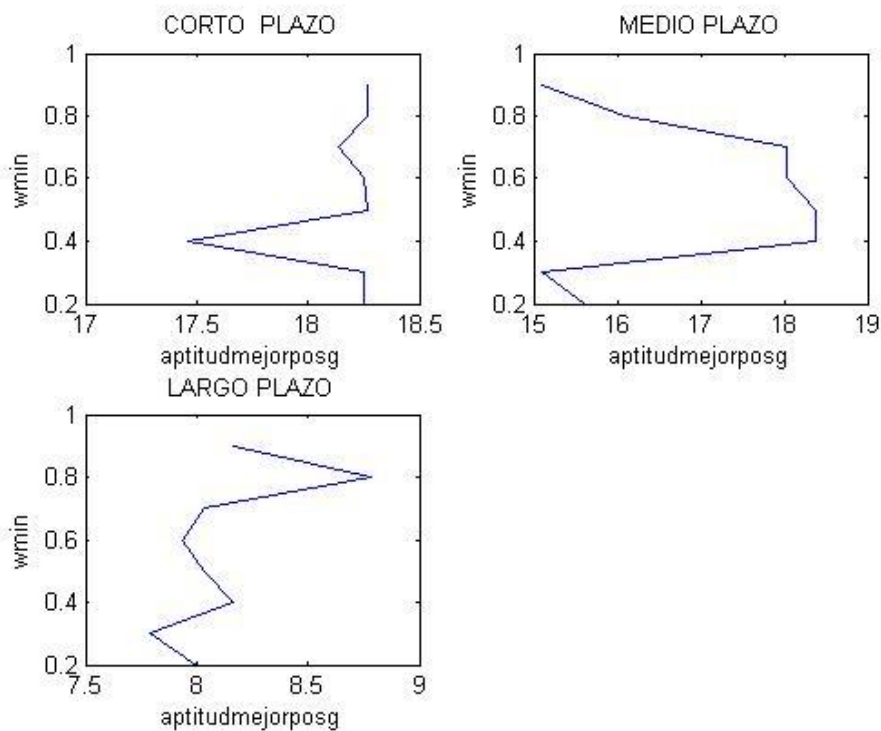


Figura 8.4.2: Representación de w_{min} frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

Tabla 8.4.2: Comparativa de $wmin[0.3,0.4,0.6]$ frente a la FO

$wmin \rightarrow$		0,3	0,4	0,6
FO	Corto Plazo	18,25	18,26	18,14
	Medio Plazo	15,1	18,38	18,04
	Largo Plazo	7,79	8,04	8,04

Por último y a la vista de los resultados obtenidos, se puede observar que tanto en el caso de a corto plazo como el de a largo plazo la variación es insignificante, puesto que cualquier opción es buena se seleccionará $wmin=0.3$ que es el que más favorece a la inversión a medio plazo y obtiene buenos resultados en cualquier plazo.

8.5 Calibración del tamaño de la Nube

La calibración del número de partículas cobra especial importancia, determina el equilibrio entre la calidad de las soluciones obtenidas y el número de iteraciones necesarias hasta llegar a una buenas solución (tiempo computacional).

Así pues, se decide analizar las mejores aptitudes obtenidas en tres casos, donde en cada uno de estos tres casos el parámetro N_p tomara valores muy diferenciados entre sí. Así pues se va a calcular la adaptación de las partículas para un tamaño de nube pequeño (20 partículas), tamaño medio (50 partículas) y un tamaño grande (200 partículas), con el fin de ver el contraste que se produce en los valores que va tomando la función objetivo en cada uno de los casos.

Teóricamente, las poblaciones reducidas acaban proporcionando soluciones poco robustas, siendo el valor de la función objetivo mayor que para tamaños de población no tan pequeñas. Y además corren el riesgo de anclarse en un óptimo local. Pero por otro lado, hay que tener en cuenta que cuanto mayor sea el tamaño de la nube, mayor será el tiempo computacional. En definitiva, el propósito de esta calibración es encontrar un tamaño que proporciones soluciones lo más próximas al óptimo y a la vez que no tenga que ser un tamaño excesivamente grande para encontrar el nivel de las soluciones que queremos.

En esta calibración, se han realizado un número total de 100 iteraciones y el comportamiento estudiado se puede ver reflejado en las gráficas mostradas más adelante, las cuales representan en inversiones tanto de corto, como medio y largo plazo como afecta el número de partículas a la función objetivo.

A continuación vamos analizar cada situación, en primer lugar se ha estudiado el comportamiento que toma la función objetivo durante 10 iteraciones del programa final, los resultados de cada una de las iteraciones se muestra en la figura 8.5.1, donde se puede tomar una idea la FO por donde ronda con el tamaño de la nube igual a 20. De forma análoga se realizará el mismo estudio para $N_p=50$ (Figura 8.5.2) y para $N_p=200$ (Figura 8.5.3) y finalmente en la tabla 8.5.1 se analiza el rango de la FO que ha tomado en cada plazo y en cada tamaño de la población. Con esta tabla se verá de forma más representativa que tamaño de partículas es el más eficiente comparando los resultados obtenidos.

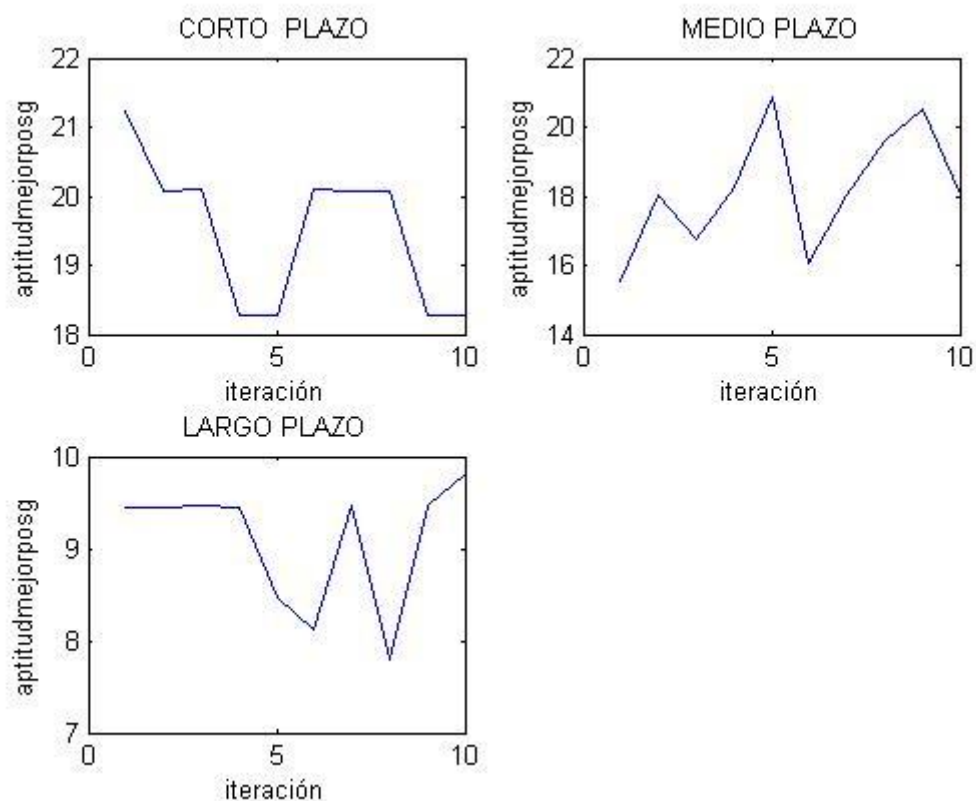


Figura 8.5.1: Representación de N_p frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

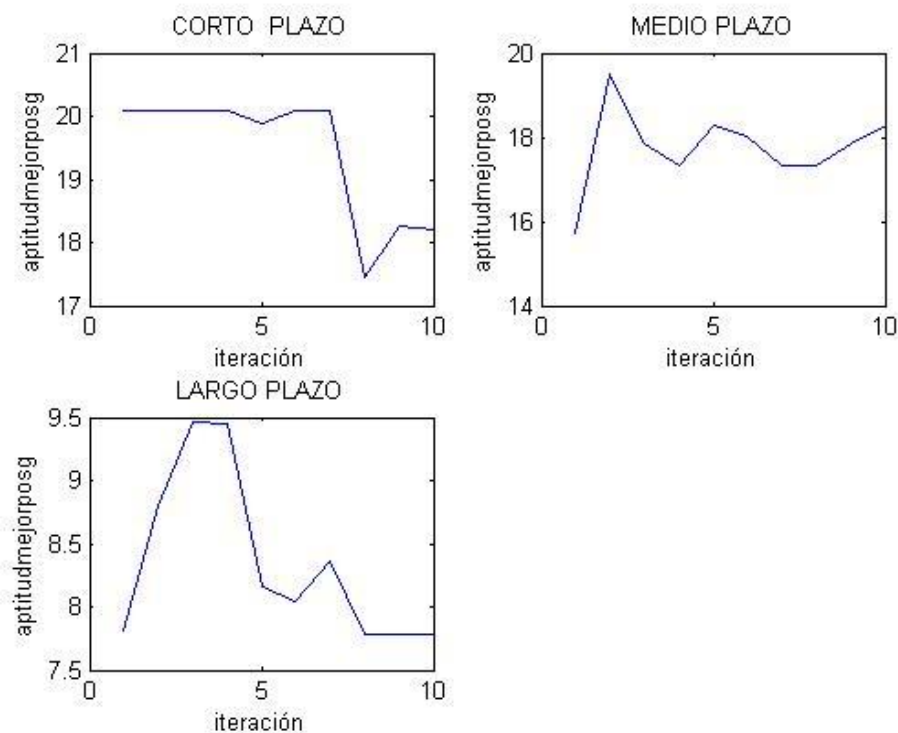


Figura 8.5.1: Comportamiento de la FO con Np=50 a CP, MP y LP

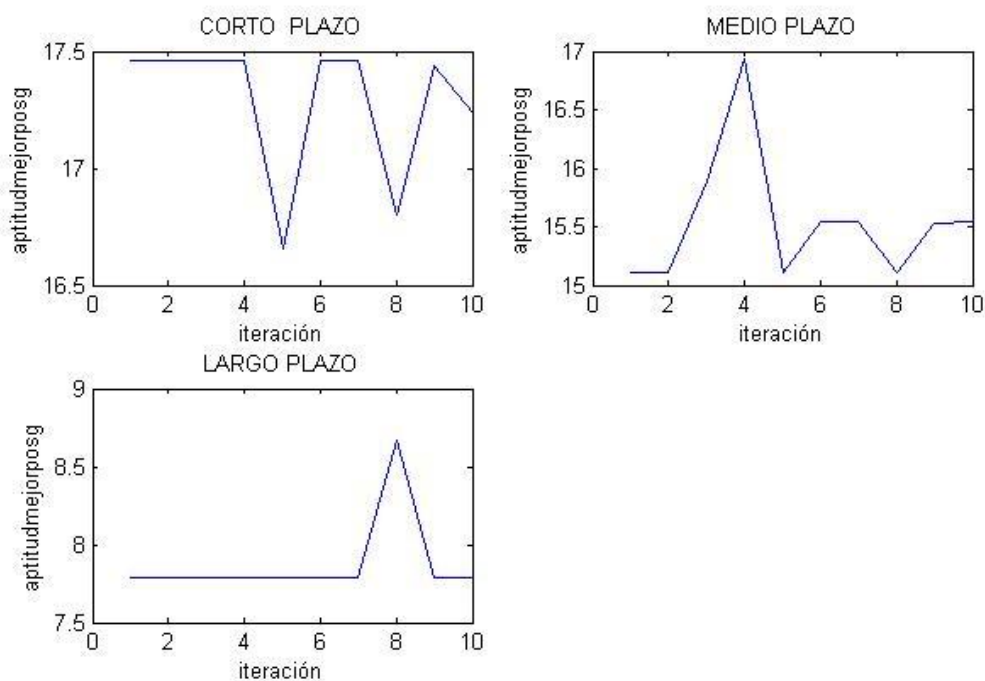


Figura 8.5.1: Comportamiento de la FO con Np=200 a CP, MP y LP

Tabla 8.5.1: MAX y MIN de la FO para $N_p=20,50,200$

		NP=20		NP=50		NP=200	
		MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
FO	Corto Plazo	18,26	22,22	17,46	20,1	16,6	17,46
	Medio Plazo	15,55	20,86	15,71	19,41	15,1	16,93
	Largo Plazo	7,79	9,81	7,79	9,46	7,78	8,67

Fijándonos en la tabla mostrada, es fácil darse cuenta que cuanto mayor es el tamaño de la nube, mejores son los resultados obtenidos. La función objetivo baja, hay algunas variaciones importantes como la comparación de los máximos resultados obtenidos a corto plazo y a medio plazo con $N_p=50$ respecto a los de $N_p=200$, pero aún así siendo las diferencias más altas encontradas tampoco supone gran alteración de los resultados. Además, a la hora de compilar el programa en Matlab, el tiempo de computacional ha sido alrededor de 5 veces mayor al del caso de $N_p=50$, y tampoco hay grandes cambios que justifiquen emplear ese tiempo con respecto al tamaño de 50. Por otro lado, si comparamos los resultados entre $N_p=20$ y $N_p=50$, se contempla que hay cierta mejora, en los valores del segundo caso y además el tiempo computacional casi es el mismo. En definitiva, después de lo comentado, sale rentable fijar el tamaño de la Nube a 50.

8.6 Calibración del umbral

El parámetro de umbral se emplea a la hora de hacer una comparativa con la función sigmoidea y así concluir si la velocidad calculada se suma al vector posición de la partícula o por el contrario se inhabilita el invertir en esa posición (en ese país) en la iteración que se encuentre. Este factor debe tomar un valor entre el 0 y 1, así pues se hizo un estudio de los valores que tomaban la función objetivo según el umbral que se escogiese, dando los siguientes resultados plasmados en la figura 8.6.1:

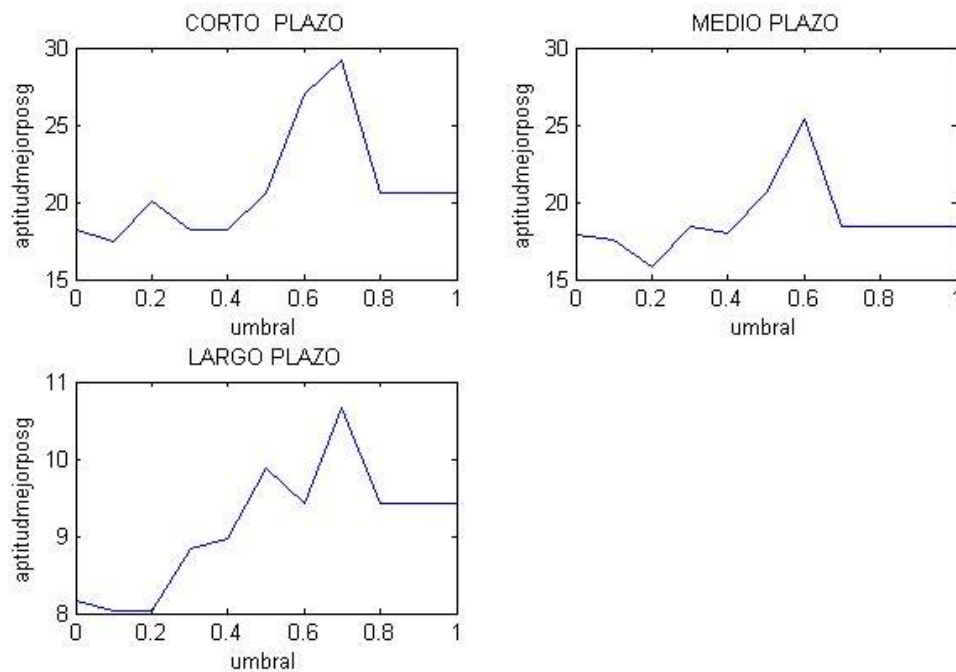


Figura 8.6.1: Representación del *umbral* frente a la mejor aptitud global en la inversión a CP, MP y LP

Tabla 8.6.1: Comparativa de *umbral*[0.2,0.4,0.6,0.8] frente a la FO

umbral →		0,2	0,4	0,6	0,8
FO	Corto Plazo	20,1	18,25	20,62	29,19
	Medio Plazo	15,59	18,38	20,55	18,44
	Largo Plazo	8,038	8,83	9,88	10,65

Si se analiza los resultados, el umbral a 0.2 da muy buenos resultados a medio plazo y largo plazo, a corto plazo sin embargo no es el mejor presentado pero si esta cerca de éste, de este modo es conveniente tomar al umbral a 0.2 .Por otro lado comentar que el rango conformado entre 0.1 y 0.5 los resultados son similares y no varían mucho entre ellos, pudiendo tomar cualquiera uno de ellos si se desee.

8.7 Calibración del número total de iteraciones

Este último apartado, también tiene una especial relevancia como lo tuvo anteriormente el tamaño de la nube, de este valor depende si el algoritmo sólo busque un óptimo local o por lo contrario puede realizar la búsqueda por un espacio de admisibilidad amplio.

Sin embargo, aunque lo ideal sería iterar lo máximo posible, se debe tener en cuenta el tiempo computacional, que muchas veces no sale rentable tardar tanto en conseguir una solución pudiendo hacer menos iteraciones y encontrar soluciones igual de válidas. Como se comentó en apartados anteriores, todo depende de buscar el equilibrio entre la eficiencia y la calidad, no se es más eficiente empleando tanto tiempo en problemas que no son de tanta complejidad. Dicho esto, para calibrar el parámetro $tmax$, se procede al mismo criterio realizado en el apartado 8.5, en este caso se tomará un tamaño $Np=100$ y se tomarán para este parámetro los valores $tmax=30, 250, 500$. Se generarán 10 ejemplos de cada uno de los casos, analizando los resultados obtenidos y viendo el número de iteraciones más óptimas.

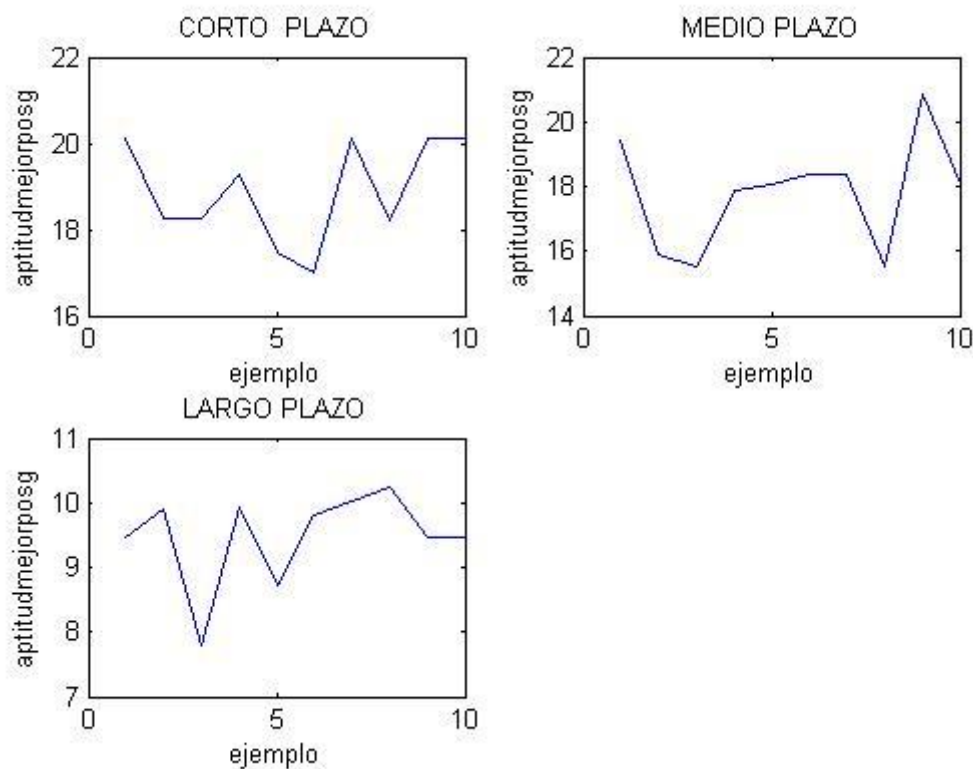


Figura 8.7.1: Comportamiento de la FO con $tmax=30$

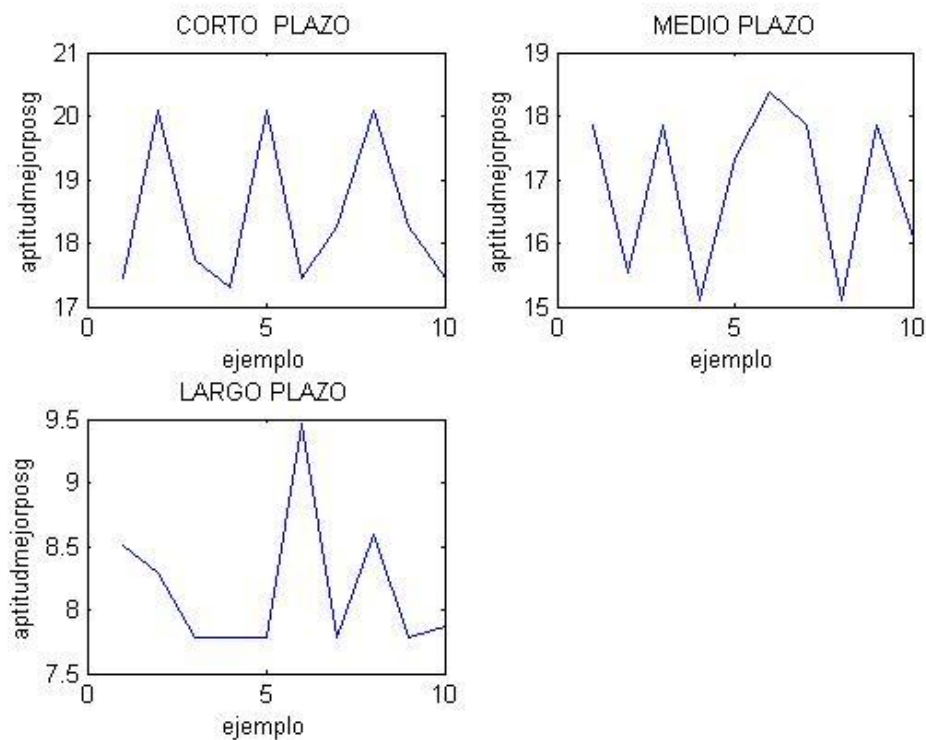


Figura 8.7.1: Comportamiento de la FO con tmax=30

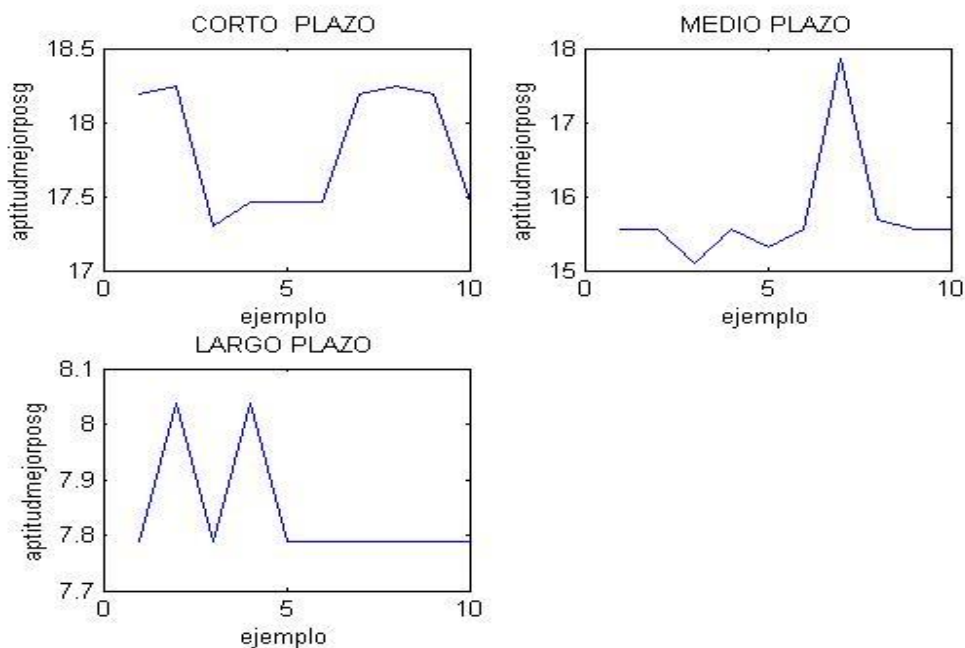


Figura 8.7.1: Comportamiento de la FO con tmax=600

Tabla 8.7.1: MAX y MIN de la FO para $t_{max}=30, 250$ y 600

		$t_{max}=30$		$t_{max}=250$		$t_{max}=600$	
		MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
FO	Corto Plazo	16,99	20,1	17,3	20,08	17,3	18,25
	Medio Plazo	15,55	20,86	15,1	18,38	15,1	17,85
	Largo plazo	7,79	10,25	7,79	9,47	7,79	8,038

Cómo se ha comentado antes, en la tabla podemos contemplar que cuando mayor el número de iteraciones menor es la mejor aptitud global, se consiguen mejores resultados pero esto lleva consigo un tiempo mayor de resolución. Así pues es conveniente pararse a equiparar los resultados obtenidos con $t_{max}=250$ con los $t_{max}=600$, se observa que el segundo mejora los resultados del primero pero tampoco la mejora muy significativa, el tiempo computacional es mucho menor en el primer caso y no compensa emplear más tiempo en realizar más iteraciones porque con 250 se obtienen resultados bastante competentes. En cuanto, a un número de iteraciones más reducido, se consiguen peores soluciones y en este caso el incremento de de tiempo computaciones es mínimo respecto a un número medio de iteraciones. Ante esto, definitivamente el valor óptimo para el para el parámetro de número de iteraciones total es de 250.

8.8 Resultados finales de la calibración

Una vez estudiados todos los parámetros, se recoge en este apartado los valores finales establecidos:

- $CI=0.1$
- $CS=0.6$
- $MAX=1.1$
- $MIN=0.9$
- $v_{max}=5$

- $w_{max}=1$
- $w_{min}=0.3$
- $N_p=50$
- $t_{max}=250$
- $umbral=0.2$

9 Análisis de los resultados obtenidos

En este capítulo se presentarán los resultados obtenidos mediante el algoritmo PSO implantado en Matlab y que resuelve el modelo expuesto al principio del trabajo, MEN B, que constituye una variación del *Modelo en Porcentajes de Inversión* (modelo desarrollado en el Proyecto Fin de Carrera de Casado (2013)) , ya que este último no tenía en cuenta la limitación de la CS y la CI ni tampoco tenía una mayor flexibilidad a la hora de invertir ya que el sumatorio de los pesos tenía que ser igual a 1.

Para analizar los datos y ver la eficiencia de la técnica metaheurística empleada para la resolución del modelo se ha comparado con los datos obtenidos mediante el mismo modelo pero siendo resuelto con el software de optimización SOLVER de Excel - Microsoft®, y por tanto obteniendo los valores óptimos del problema. Comprobando, de esta manera, un valor meta de la resolución del modelo por MATLAB.

En definitiva, el fin del proyecto es comprobar si los resultados obtenidos por medio de la metaheurística pueden llegar a ser soluciones competentes y de calidad respecto a las óptimas, viendo así una medio a veces más rápido para encontrar soluciones a determinados tipos de problemas que no conlleven mucha complejidad.

Como se ha venido comentando a lo largo del trabajo, se analizan tanto la inversión de bonos a largo, a medio como a corto plazo. En cada unos de ellos, variaremos la situación en función de la ponderación que se le otorgue al riesgo y a la rentabilidad, dando lugar a los siguientes 5 escenarios:

1. $\alpha=0$; $\beta=1 \rightarrow$. Caso límite. Válido para inversores que no tengan en cuenta el riesgo. Así pues la función objetivo solo tiene en cuenta llegar a una solución con las máximas rentabilidades, ya que no tiene en cuenta minimizar el riesgo.
2. $\alpha=0.25$; $\beta=0.75 \rightarrow$ Se tiene en cuenta tanto el riesgo como el rendimiento, aun así se prioriza el rendimiento el segundo frente al primero.
3. $\alpha=0.5$; $\beta=0.5 \rightarrow$ Las ponderaciones coinciden, dando así lugar a un problema destinado a los inversores que buscan el equilibrio a la hora de depositar su capital.

4. $\alpha=0.75$; $\beta=.25$ →Este caso sigue teniendo en cuenta tanto el riesgo como la rentabilidad, pero el minimizar el riesgo cobra mayor importancia frente a ,maximizar la rentabilidad
5. $\alpha=1$; $\beta=0$ →Segundo caso límite de estos cinco escenarios, donde sólo se tiene en cuenta minimizar el riesgo. En conclusión, este tipo de escenario es válido para inversores que no tendrán en cuenta la rentabilidad.

A continuación, se detallan los análisis llevados a cabo para los diferentes casos que se plantean a la hora de invertir.

9.1 Análisis a Largo Plazo

En este apartado se analiza la inversión en bonos soberanos en un horizonte temporal de 10 años. Para realizar un estudio, se han recogido tanto la rentabilidad, como la desviación típica y la función objetivo en cada uno de los casos. Además de la selección final de bonos de países a invertir, así como las cantidades que se deberían depositar en éstos.

Se comparará el mismo modelo resuelto por dos técnicas diferentes, siendo los primeros resultados generados por MATLAB y los segundos por SOLVER.

Para el estudio, se diferenciarán los 5 escenarios recientemente comentados, cada uno caracterizado por la ponderación que se le dé a α y a β .

Cabe señalar que los resultados obtenidos se han acercado en gran medida al óptimo, no obstante al tratarse de una metaheurística en ocasiones se han desviado las inversiones de algunos bonos de países destino por otros.

9.1.1 Escenario 1: $\alpha=0$ $\beta=1$

En la tabla 9.1.1.1 y la figura 9.9.1.1, se muestran los resultados recogidos del estudio de este escenario en concreto:

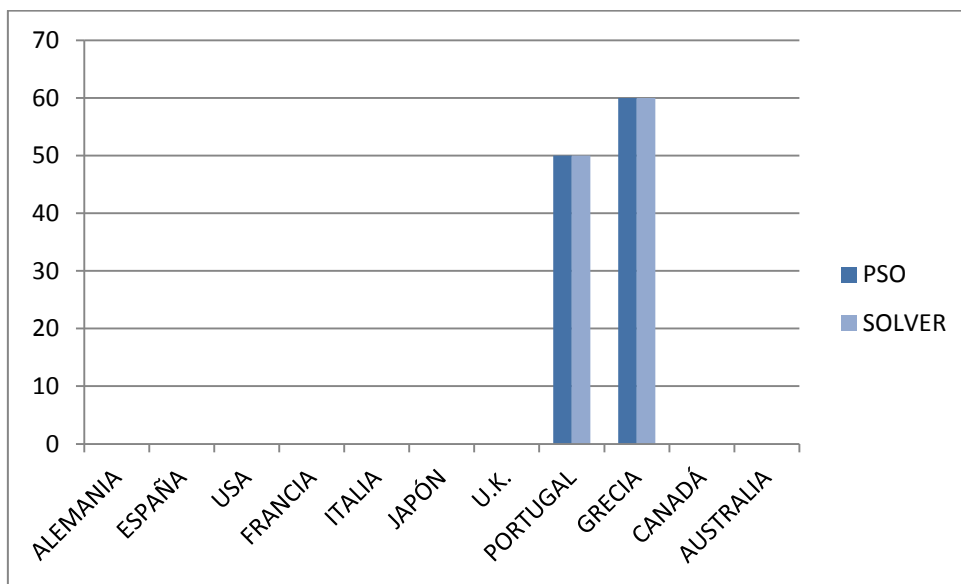


Figura 9.1.1.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0$ $\beta=1$

Tabla 9.1.1.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0$ $\beta=1$

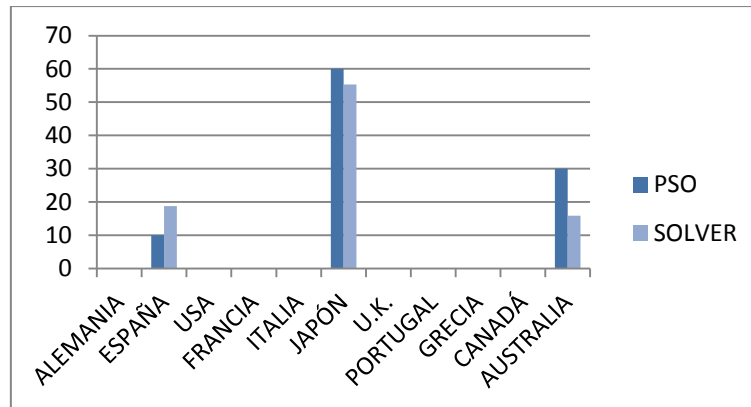
$\alpha=0$ $\beta=1$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	0	0	0	0	0	50	60	0	0		396,02	7,60	0,13
SOLVER	0	0	0	0	0	0	50	60	0	0		396,02	7,60	0,13

Cómo se puede observar, en los casos límite coinciden tanto la metaheurística como la programación lineal. Al priorizar ante todo la rentabilidad, no se ha tenido en cuenta a la hora de invertir lo que esto conlleva, por eso depositan gran cantidad en países como Grecia tiene un alto riesgo de impago en las calificaciones estudiadas al principio del proyecto. Debido a eso el riesgo que se toma es alto 115.95 ya que no se ha limitado en ningún momento a la hora de resolver el problema.

9.1.2 Escenario 2: $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$

Este escenario, a contraposición del anterior, ya tiene en cuenta en cierta medida la disminución del riesgo, aún así el inversor da mayor prioridad al maximizar la

rentabilidad de la inversión. Se puede observar en la figura 9.1.2.1 y la tabla 9.1.2.1 los resultados obtenidos



**Figura 9.1.2.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0.25$
 $\beta=0.75$**

**Tabla 9.1.2.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0.25$
 $\beta=0.75$**

$\alpha = 0,25 \quad \beta = 0,75$												Riesgo		
	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA	σ	Rend	F.O
PSO	0	10	0	0	0	60	0	0	0	0	30	20,30	3,45	5,29
SOLVER	0	18,82	0	0	0	55,29	0	0	0	0	15,89	16,17	2,51	4,34

La diferencia de los dos casos viendo los resultados, es mínima, la función objetivo se mantiene casi inalterable comparando los dos casos. Podemos observar que el riesgo ha disminuido considerablemente respecto al caso anterior donde $\alpha=0$. La solución óptima obtenida por SOLVER dispone más capital en los bonos griegos, por el contrario el algoritmo PSO tiende a diversificar destinando parte del capitán en los bonos australianos, lo que hace que tenga una actitud más conservadora a la hora de la búsqueda de la solución. Aun se puede comprobar la calidad de los resultados obtenidos con PSO donde la solución es muy próxima a la óptima aunque siempre existe el margen de error.

9.1.3 Escenario 3: $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

Este caso, es el más equitativo a la hora de ponderar el riesgo y la rentabilidad. De este modo se busca el equilibrio entre ambos

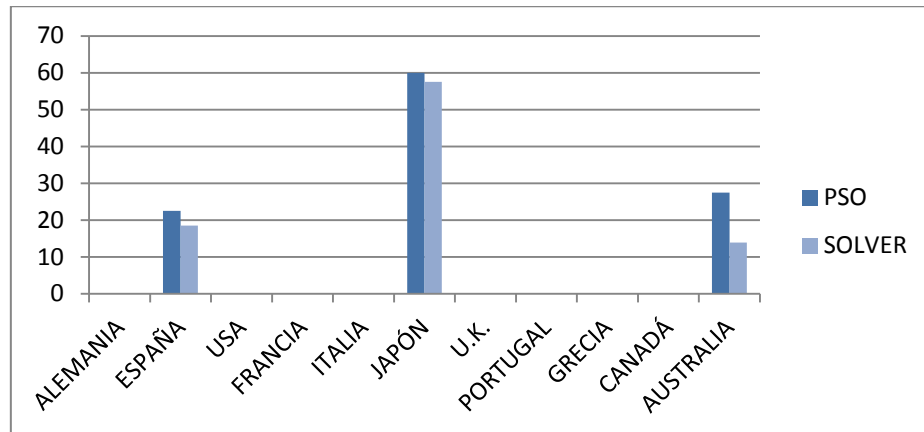


Figura 9.1.3.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

Tabla 9.1.3.2: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

$\alpha=0,5$ $\beta=0,5$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	22,50	0	0	0	60	0	0	0	0	27,50	20,093	3,404	10,194
SOLVER	0	18,57	0	0	0	57,53	0	0	0	0	13,90	16,137	2,413	8,275

9.1.4 Escenario 4: $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$

Este escenario, prioriza la disminución del riesgo frente al aumento de la rentabilidad, así pues la actitud del inversionista es más conservadora que en otros casos mostrando menos disposición al riesgo que conlleva la inversión. Los resultados generados se muestran representados gráficamente en la figura 9.1.4.1 y recogidos en la tabla 9.1.4.1.

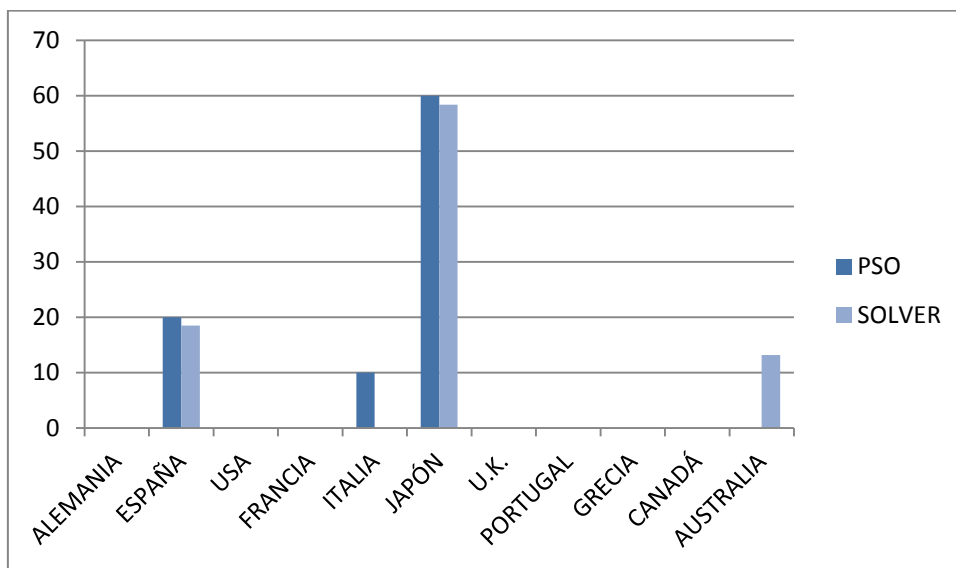


Figura 9.1.4.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0.75$
 $\beta=0.25$

Tabla 9.1.4.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0.75$
 $\beta=0.25$

$\alpha = 0,75 \beta = 0,25$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	20	0	0	10	60	0	0	0	0	0	18,46	2,17	13,96
SOLVER	0	18,48	0	0	0	58,35	0	0	0	0	13,17	12,21	2,38	12,21

En este caso, no coinciden completamente los resultados, como en el caso primero pero si guardan bastante parecido, la rentabilidad obtenida es del mismo rango, la diferencia se encuentra en el riesgo de la cartera siendo 6 puntos superior la obtenida por PSO frente al SOLVER. Esto último viene causado por la inversión de la primera frente a la de los bonos australianos de la segunda, cabe señalar que Italia según las Agencias de Calificación en el año 2011 no obtenía sus mejores resultados e incluso en Diciembre 2012 de posición en las valoraciones, en cambio Australia se encontraba entre las principales economías donde invertir y una año después mantuvo su estatus económico, haciendo que su inversión fuse una apuesta segura para la disminución de riesgo.

9.1.5 Escenario 5: $\alpha=1$ $\beta=0$

Este escenario conforma el segundo caso límite, que en contraposición al primero, ahora el inversor otorga una prioridad máxima y absoluta a la disminución de riesgo, dejando de lado el incremento de rentabilidad. A continuación, se mostrará gráficamente en la figura 8.1.5.1 los resultados obtenidos por ambos métodos y en la tabla 8.1.5.1 se ven recogidos también los distintos pesos otorgados a cada país y el riesgo y la rentabilidad que conlleva la inversión en cuestión.

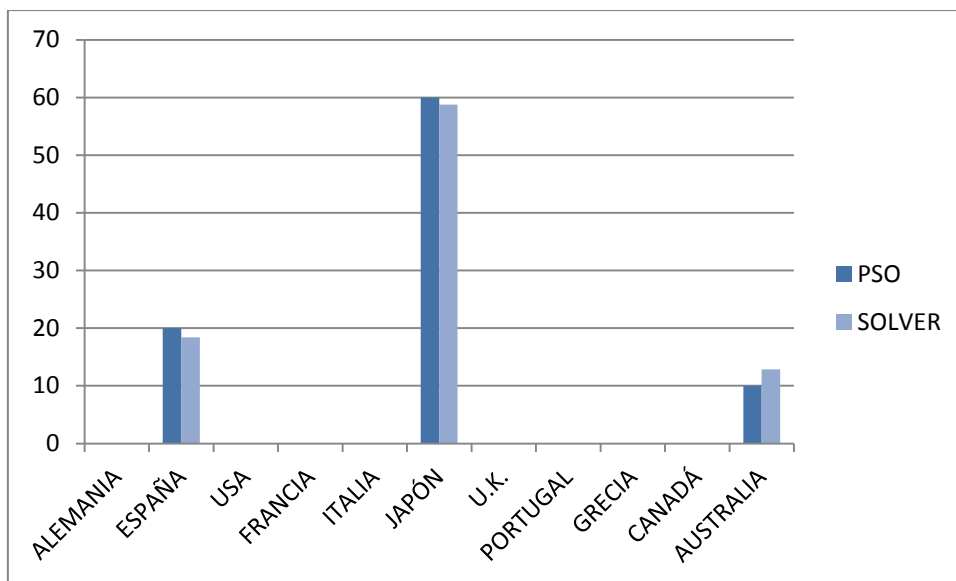


Figura 9.1.5.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=1$ $\beta=0$

Tabla 9.1.5.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=1$ $\beta=0$

$\alpha = 1$ $\beta = 0$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	20	0	0	0	60	0	0	0	0	10	16,19	2,29	16,19
SOLVER	0	18,43	0	0	0	58,78	0	0	0	0	12,88	16,13	2,36	16,13

Analizando los resultados, se puede comprobar que son casi idénticos, esto demuestra la eficiencia que ha llegado a obtener la técnica metaheurística empleada en la solución buscada. Ambos métodos invierten en los mismo países, al querer obtener máxima

rentabilidad, ha invertido lo máximo que le permite las restricciones del modelo en Japón, ya que esta potencia aseguraba un riesgo mínimo frente a otros países que sufrían mayor inestabilidad debido a la crisis por la que pasaban esos años. Como consecuencia de las limitaciones que imponen la cota superior e inferior, la cartera se ha diversificado pudiendo hacer posible la inversión en España y Australia.

9.2 Análisis a Medio Plazo

En este apartado se analiza la inversión en bonos soberanos en un horizonte temporal de 3 años. Como se introdujo en el apartado anterior, para realizar un estudio, se ha recogido tanto la selección final de bonos de países a invertir, como las cantidades que se deberían depositar en éstos. De este modo, también se extrae la rentabilidad, la desviación típica y la función objetivo en cada uno de los escenarios calculada mediante los dos métodos, PSO y SOLVER.

Cada uno de los cinco escenarios está caracterizado por la ponderación que se le dé a α y a β . Estos parámetros condicionarán a la F.O a que tenga mayor predisposición por la disminución de riesgo o por el contrario, por el aumento de la rentabilidad.

Cabe señalar que los resultados obtenidos se han acercado en gran medida al óptimo, no obstante al tratarse de una metaheurística en ocasiones se han desviado las inversiones de algunos bonos de países destino por otros.

9.2.1 Escenario 1: $\alpha=0$ $\beta=1$

Este escenario conforma uno de los escenarios límites, al otorgar la máxima y absoluta prioridad al maximizar la rentabilidad, tanto el PSO como el SOLVER han coincidido en sus resultados. Este es el único caso de los cinco escenarios, donde la solución hallada por el PSO es idéntica, es decir, llega a encontrar la solución óptima al problema planteado. Esto se puede comprobar en la figura 9.2.1.1 y los resultados recogidos en la tabla 9.2.1.1 que aparecen a continuación

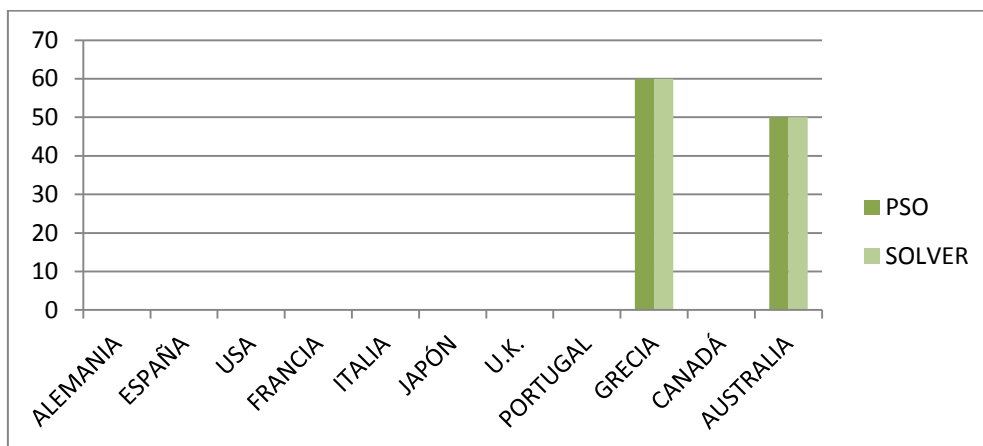


Figura 9.2.1.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0$ $\beta=1$

Tabla 9.2.1.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0$ $\beta=1$

$\alpha=0$ $\beta=1$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	0	0	0	0	0	0	60	0	50		561,17	8,36	0,12
SOLVER	0	0	0	0	0	0	0	60	0	50		561,17	8,36	0,12

Visto los resultados, al tener que maximizar la rentabilidad, destina lo máximo posible a los bonos griegos aumentando así el riesgo de forma desorbitada, esto es consecuencia al valor del parámetro α , al ser este nulo el riesgo la disminución del riesgo no es un requisito. La situación económica de Grecia en el 2011 era muy inestable, cuyas calificaciones le vaticinaban dudosa recuperación esto hace que el riesgo que corre esta cartera es el máximo.

9.2.2 Escenario 2: $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$

En este escenario, ya toma partido en la búsqueda de la solución el riesgo. Por consiguiente, en contraste con el escenario anterior, el riesgo se disminuye más de la decimoquinta parte, como podemos observar en la tabla 9.9.2.1, todo esto debido a que en este escenario no se ha invertido en los bonos griegos, viendo este escenario y comprándolo con el anterior se puede concluir que basta un mínimo de aversión al riesgo para que Grecia salga de la selección. En la figura 9.2.2.1, se refleja la proximidad que tienen la dos carteras de inversión obtenidas la única diferencia es la inversión en Italia por parte del algoritmo PSO, esto como consecuencia trae un

aumento del riesgo respecto a la solución óptima, aunque la diferencia tampoco supone mucho riesgo.

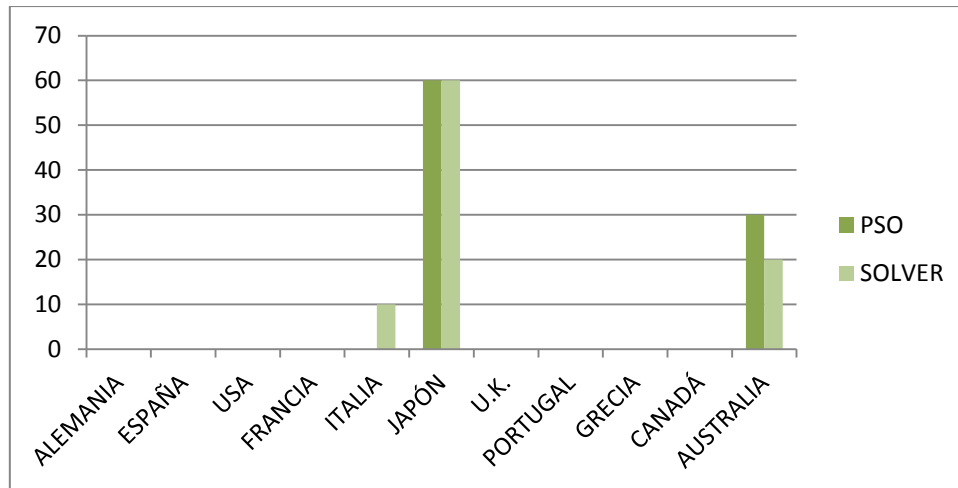


Figura 9.2.2.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0.25$
 $\beta=0.75$

Tabla 9.2.2.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0.25$
 $\beta=0.75$

$\alpha = 0,25 \beta = 0,75$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0	30	36,36	1,94	9,48
SOLVER	0	0	0	0	10	60	0	0	0	0	20	33,97	1,74	8,92

9.2.3 Escenario 3: $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

En el escenario 3, el riesgo y la rentabilidad están equitativos. Los resultados obtenidos en este caso por ambas técnicas, se diferencian un poco más con respecto a los otros escenarios estudiados. En la tabla 9.3.3.1, refleja cómo mientras el PSO aumenta el riesgo invirtiendo en Portugal, cuya situación económica no se caracteriza por su estabilidad, como consecuencia esto la rentabilidad obtenida en el primer caso se duplica con respecto a la cartera óptima. Otro aspecto que provoca el aumento del riesgo, es el hecho de que se ha invertido el máximo de capital posible, 110, frente a la actitud más óptima (y conservadora) tomada por SOLVER dónde se ha depositado el mínimo establecido por el modelo que constituye el 90 por ciento.

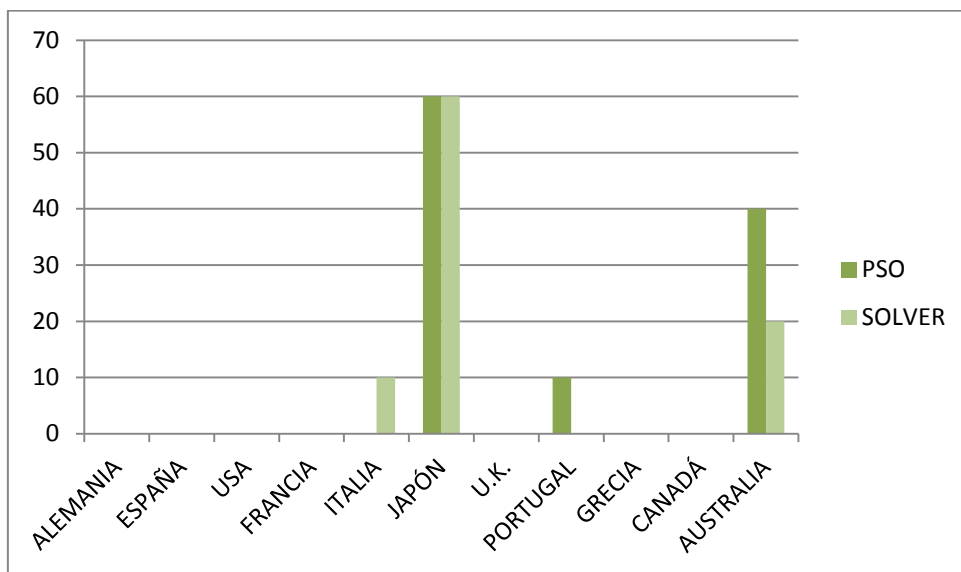


Figura 9.2.3.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0.5$
 $\beta=0.5$

Tabla 9.2.3.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

$\alpha = 0,5$ $\beta = 0,5$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	0	0	0	0	60	0	10	0	0	40	40,76	3,00	20,55
SOLVER	0	0	0	0	10	60	0	0	0	0	20	33,97	1,74	17,27

9.2.4 Escenario 4: $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$

En este caso, se prioriza la disminución del riesgo, debido a esto ambas técnicas invierten lo máximo posible en los bonos japoneses disminuyendo así considerablemente el riesgo. La solución óptima tomada obtiene menor riesgo contrarrestándolo con una menor rentabilidad. Así de este modo, aunque las soluciones generadas por el algoritmo PSO es casi el doble de la rentabilidad óptima calculada, al tratarse de la disminución de la F.O dónde el riesgo cobra mayor prioridad, esto afecta notablemente que la diferencia de ésta sea de 5 puntos mayor con respecto a la óptima.

Todo esto se encuentra referido en la Figura 9.2.4.1 y los valores recogidos en la tabla 9.2.4.1:

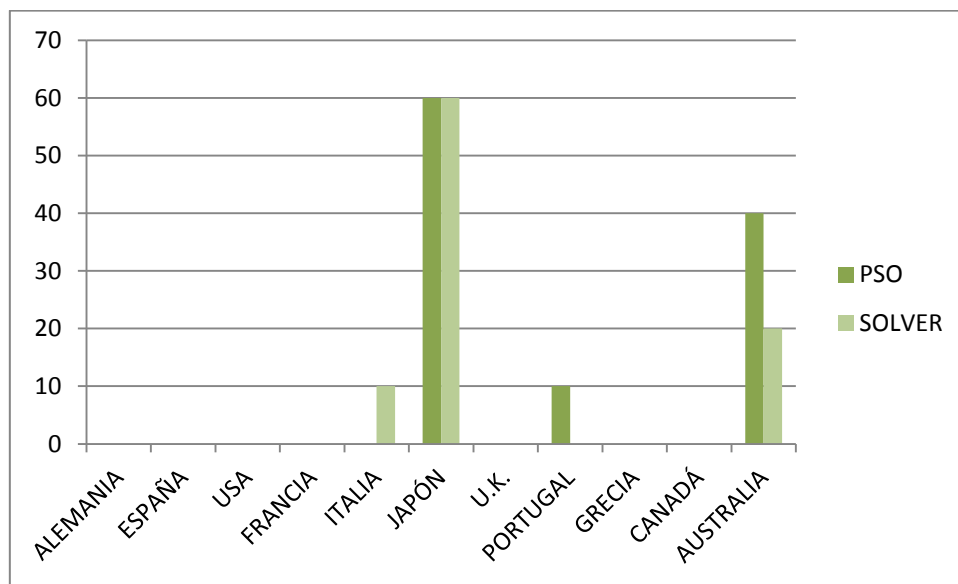


Figura 9.2.4.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0.75$
 $\beta=0.25$

Tabla 9.2.4.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=0.75$
 $\beta=0.25$

$\alpha = 0,75 \beta = 0,25$												Riesgo σ	Rend	F.O
	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA			
PSO	0	0	0	0	0	60	0	10	0	0	40	40,76	3,00	30,66
SOLVER	0	0	0	0	10	60	0	0	0	0	20	33,97	1,74	25,62

9.2.5 Escenario 5: $\alpha=1 \beta=0$

El escenario 5 se encuentra en el lado opuesto al escenario 1, al darle un máxima prioridad a la disminución del riesgo esto trae consigo que sea el caso con rentabilidades más bajas obtenidas. Las soluciones buscadas a través de la metaheurística rozan la optimalidad, como se puede ver reflejado en la figura 8.2.5.1, las inversiones generadas por ambos métodos son casi idénticas. Como se ha comentado anteriormente, al buscar mínimo riesgo se ha optado por invertir lo máximo posible en Japón, cuya economía supo mantenerse en la época de crisis en la que se encontraba. En este caso, se obtienen las menores rentabilidades en comparación a los cuatro escenarios restantes, esto es consecuencia de darle toda la importancia al parámetro β , en esta ocasión el inversor no

tiene ninguna predisposición a aumentar su rentabilidad arriesgando en su inversión más de lo debido

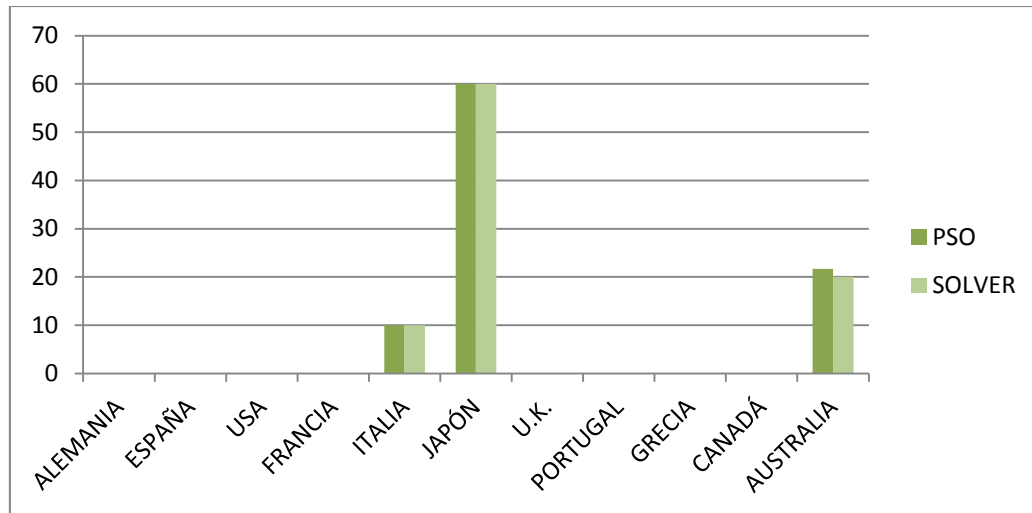


Figura 9.2.5.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=1$ $\beta=0$

Tabla 9.2.5.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a M/P para $\alpha=1$ $\beta=0$

	$\alpha = 1 \beta = 0$											Riesgo σ	Rend	F.O
	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA			
PSO	0	0	0	0	10	60	0	0	0	0	21,7	34,84	1,22	34,84
SOLVER	0	0	0	0	10	60	0	0	0	0	20	33,97	1,74	33,97

9.3 Análisis a Corto Plazo

El último horizonte temporal a analizar es el de 6 meses, dónde se va a disponer a comparar cada uno de los cinco escenarios, obteniendo los valores recogidos del modelo MENB mediante PSO y estudiando la eficiencia de éstos equiparándolos con las soluciones óptimas obtenidas mediante programación lineal.

Para ello se recogerán en cada uno de los casos, la desviación, la rentabilidad y la función objetivo obtenida con PSO y SOLVER.

9.3.1 Escenario 1: $\alpha=0$ $\beta=1$

En primer lugar se analiza el escenario donde el riesgo es el máximo, en este escenario siempre han coincidido las soluciones óptimas con las generadas por la metaheurística implantada en este trabajo. De este modo el riesgo, recogido en la tabla 9.3.1.1 se dispara debido a la inversión de los bonos griegos, en consecuencia de lo comentado en los apartados anteriores, la economía en ese momento en Grecia se encuentra en riesgo de impago. Así pues, cabe destacar que el asumo de riesgo conlleva altas rentabilidades.

En definitiva, se podría decir que el PSO en este escenario garantiza llegar a la solución óptima tanto a largo, a media como a corto plazo.

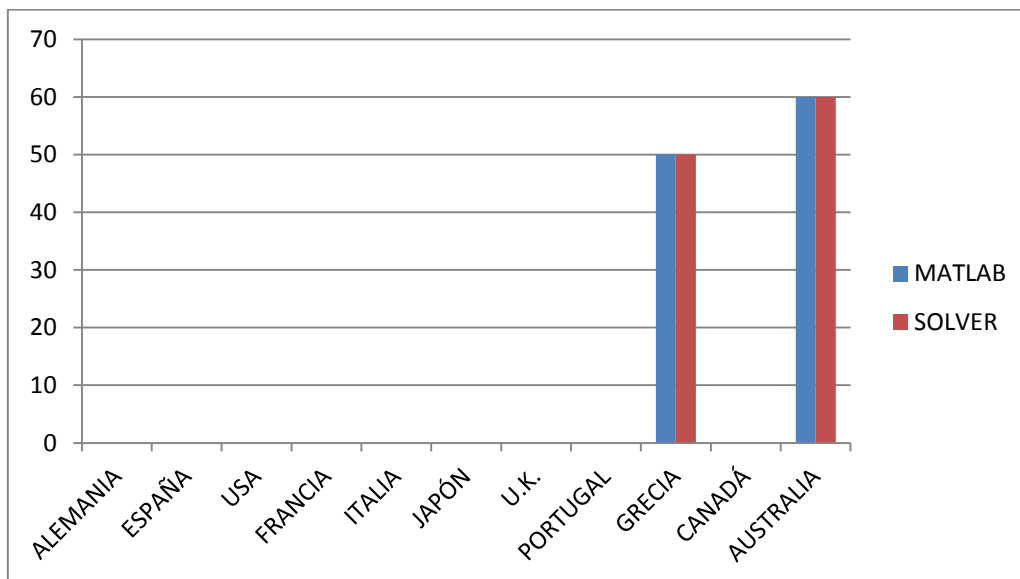


Figura 9.3.1.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=0$ $\beta=1$

Tabla 9.3.1.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a L/P para $\alpha=0$ $\beta=1$

	$\alpha=0$ $\beta=1$											Riesgo σ	Rend	F.O
	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA			
PSO	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0	60	115,95	4,88	0,20
SOLVER	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0	60	115,95	4,88	0,20

9.3.2 Escenario 2: $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$

Este segundo escenario, ya no garantiza el óptimo, aún así se encuentra muy próximo al óptimo. PSO para este caso garantiza mayor rentabilidad debido a parte de su inversión en Australia pero esto conlleva inevitablemente aumento del riesgo, aun así la diferencia es mínima y no se produciría mucho la cartera óptima y la generada a través de MATLAB.

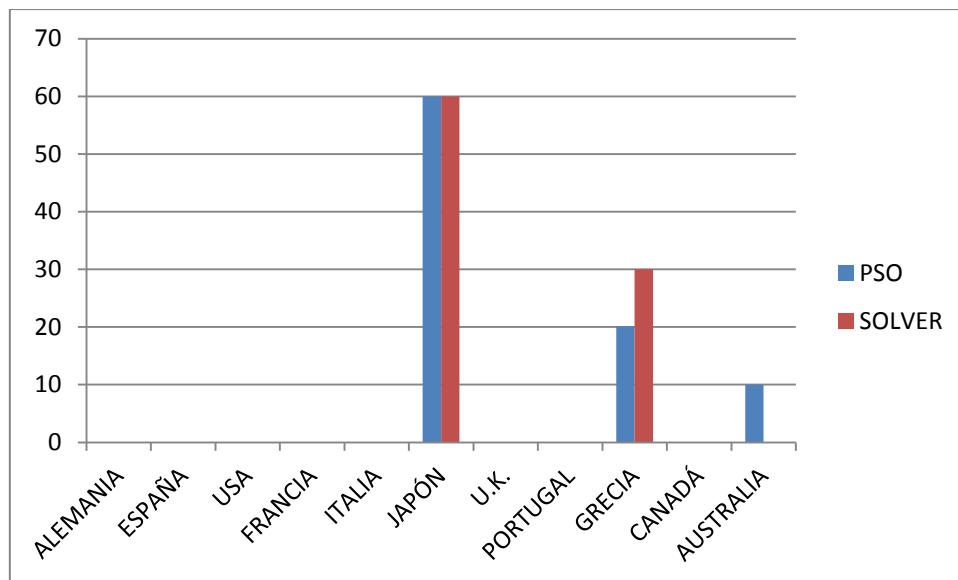


Figura 9.3.2.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$

Tabla 9.3.2.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=0.25$ $\beta=0.75$

$\alpha = 0,25$ $\beta = 0,75$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	0	0	0	0	60	0	0	20,11	0	10	42,30	1,5	11,07
SOLVER	0	0	0	0	0	60	0	0	30	0	0	40,51	1,38	10,67

9.3.3 Escenario 3: $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

Comparando los resultados, viéndose claro en la gráfica mostrada en la figura 9.3.3.1 se muestra más contraste entre la cartera óptima y la generada por PSO. Si se analizan los datos de la tabla 9.3.3.1, el riesgo aumenta 2 puntos en comparación con la solución óptima, aún así la rentabilidad obtenida es casi la misma. Cabe destacar, que a la mínima que el parámetro asociado al riesgo tome algún valor se puede observar que la máxima inversión va dirigida siempre a los bonos soberanos de Japón disminuyendo el riesgo en gran medida.

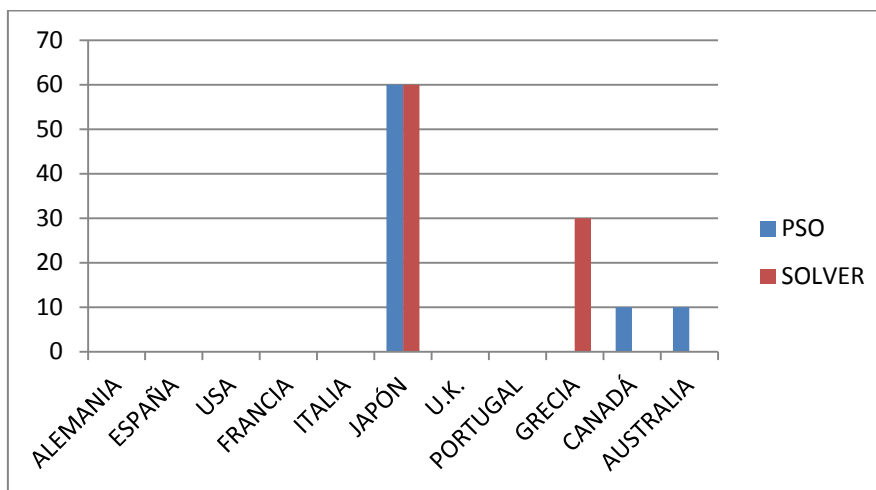


Figura 9.3.3.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

Tabla 9.3.3.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=0.5$ $\beta=0.5$

$\alpha=0,5$ $\beta=0,5$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	0	0	0	0	60	0	0	0	10	10	45,89	1,33	23,32
SOLVER	0	0	0	0	0	60	0	0	30	0	0	40,51	1,38	20,62

9.3.4 Escenario 4: $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$

En este penúltimo caso, la selección de la cartera elegida por PSO coincide con la solución óptima a la hora de invertir el máximo posible en Japón e invertir en torno al

30 por ciento en Grecia, pero en contraposición invierte un 10 por ciento en bonos españoles, trayendo consigo un aumento alrededor de 8 puntos del riesgo, este hecho empeora la función objetivo notablemente ya que se le otorga mayor prioridad a la disminución de riesgo frente a la rentabilidad de la inversión, como se puede observar en la figura y tabla 9.3.4.1.

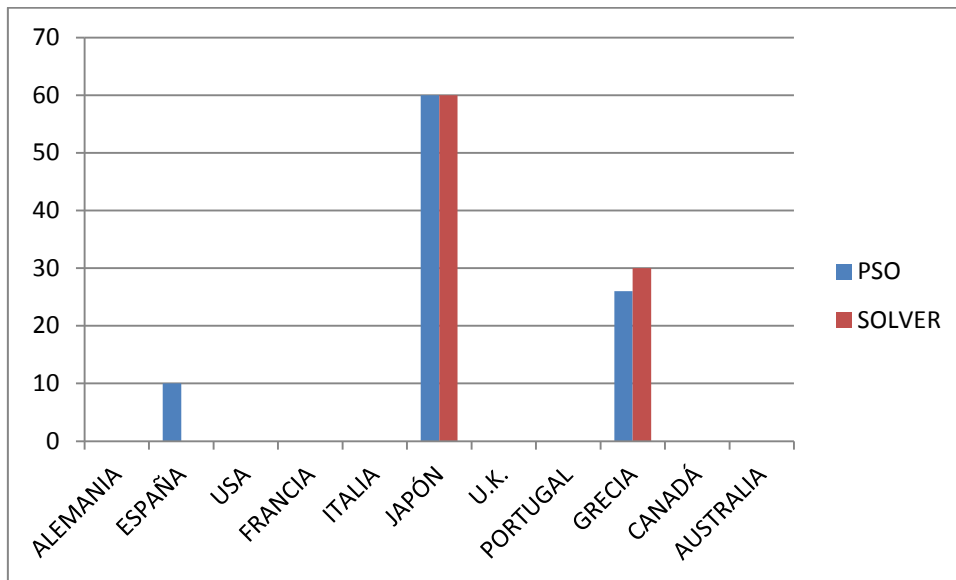


Figura 9.3.4.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$

Tabla 9.3.4.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=0.75$ $\beta=0.25$

$\alpha = 0,75 \beta = 0,25$												Riesgo σ	Rend	F.O
ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA				
PSO	0	10	0	0	0	60	0	0	26,02	0	0	48,11	1,50	36,25
SOLVER	0	0	0	0	0	60	0	0	30	0	0	40,51	1,38	30,57

9.3.5 Escenario 5: $\alpha=1$ $\beta=0$

Por último, se analiza el comportamiento extremo donde la disminución de riesgo es absoluta prioridad de este modo además de invertir el máximo del capital en Japón, se

diversifica el riesgo invirtiendo tanto en Canadá que conforma una de las inversiones seguras frente como en Grecia aumentando así el riesgo pero otorgando cierto aumento de la rentabilidad en la inversión.

Otro de los aspectos a comentar, es la coincidencia de los resultados, significando así que el PSO ha llegado a generar la solución óptima, dichos resultados se reflejan a continuación en la figura y tabla 9.3.5.1.

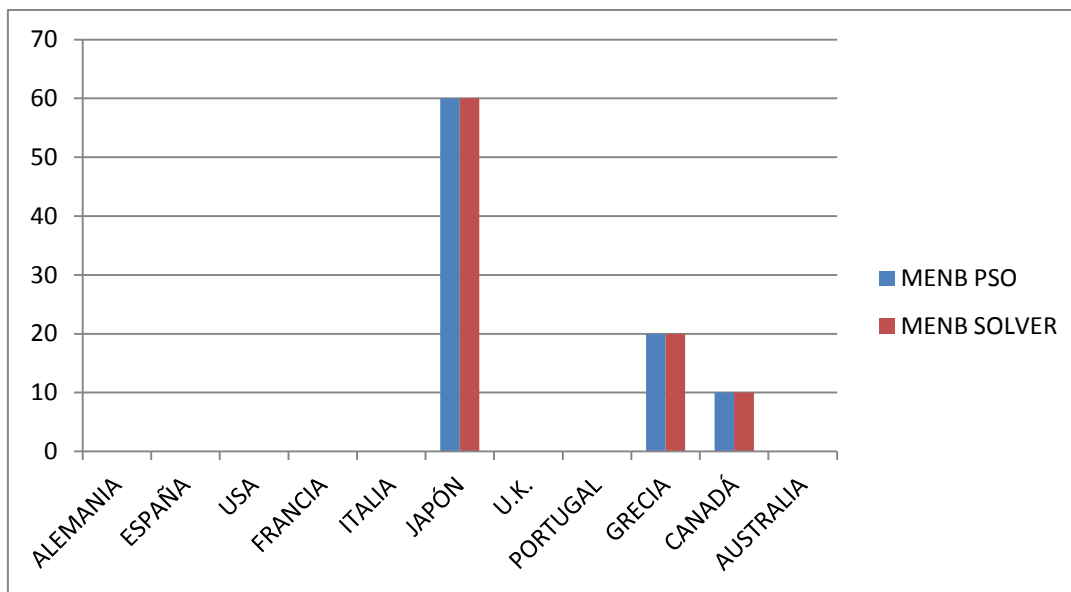


Figura 9.3.5.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=1$ $\beta=0$

Tabla 9.3.5.1: Comparativa entre PSO y programación lineal en problema a C/P para $\alpha=1$ $\beta=0$

	$\alpha = 1 \quad \beta = 0$											Riesgo σ	Rend	F.O
	ALEMANIA	ESPAÑA	USA	FRANCIA	ITALIA	JAPÓN	U.K.	PORTUGAL	GRECIA	CANADÁ	AUSTRALIA			
PSO	0	0	0	0	0	60	0	0	20	10	0	40,55	1,22	40,55
SOLVER	0	0	0	0	0	60	0	0	20	10	0	40,55	1,22	40,55

9.4 Análisis del tiempo computacional de ejecución

En este apartado se dispone analizar los tiempos de ejecución al generar los resultados obtenidos con SOLVER y con MATLAB. Los tiempos medidos se recopilan en las siguientes tablas 9.4.1 y 9.4.2, medidos en segundos, para la evaluación de éstos se ha ejecutado tres veces cada situación y posteriormente se ha calculado su tiempo promedio.

Tabla 9.4.1: Promedio del tiempo computacional del algoritmo PSO en MATLAB

	TIEMPO DE EJECUCIÓN PSO				
	$\alpha = 0 \beta = 1$	$\alpha = 0,25 \beta = 0,75$	$\alpha = 0,5 \beta = 0,5$	$\alpha = 0,75 \beta = 0,25$	$\alpha = 1 \beta = 0$
L/P	7,80	7,83	7,70	7,88	7,24
M/P	14,69	14,05	13,95	14,23	14,45
C/P	7,81	7,75	7,93	8,13	7,43

Tabla 9.4.2: Promedio del tiempo computacional de la programación lineal mediante SOLVER

	TIEMPO DE EJECUCIÓN SOLVER				
	$\alpha = 0 \beta = 1$	$\alpha = 0,25 \beta = 0,75$	$\alpha = 0,5 \beta = 0,5$	$\alpha = 0,75 \beta = 0,25$	$\alpha = 1 \beta = 0$
L/P	3,01	13,61	12,57	10,07	10,65
M/P	2,55	4,19	6,01	9,74	4,06
C/P	3,05	1,52	1,65	2,00	2,49

Como era previsible, desde la perspectiva del tiempo de computación, el tiempo de convergencia del software SOLVER crece a un ritmo mayor que el del algoritmo PSO. Es por ello, que la implementación de esta metaheurística gana en interés y aplicabilidad para el caso de resolución de problemas de gran tamaño, como por ejemplo en la consideración de un mayor número de países y de un número mayor de periodos, haciéndolo viable incluso para la consideración de toma de decisiones cada muy cortos periodos de tiempo. Todo esto se puede ver reflejado en las figuras 9.4.1, 9.4.2 y 9.4.3 que se muestran a continuación dónde se representa en cada uno de los escenarios el tiempo de ejecución de cada uno y pudiendo hacer una comparativa de ambos.

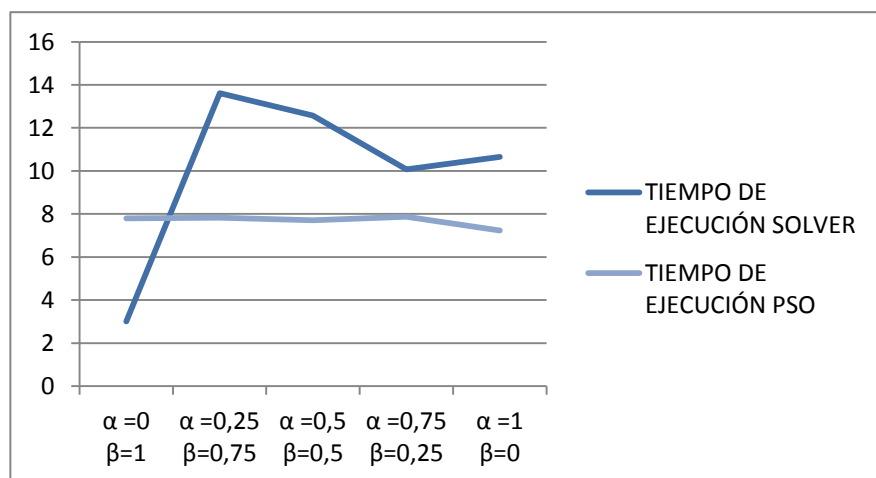


Figura 9.4.1: Comparativa del tiempo computacional del algoritmo PSO frente al SOLVER a L/P

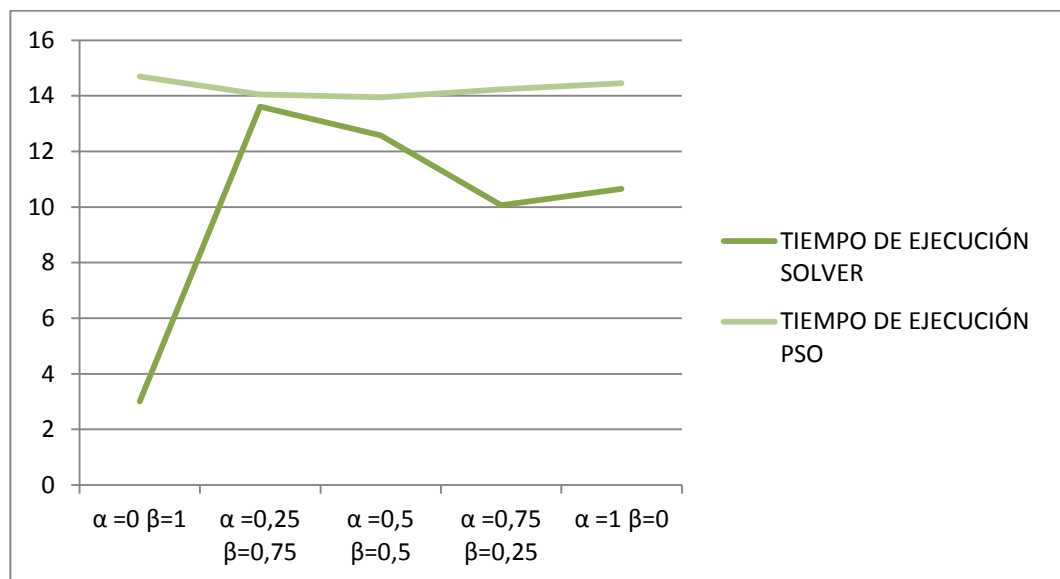


Figura 9.4.2: Comparativa del tiempo computacional del algoritmo PSO frente al SOLVER a M/P

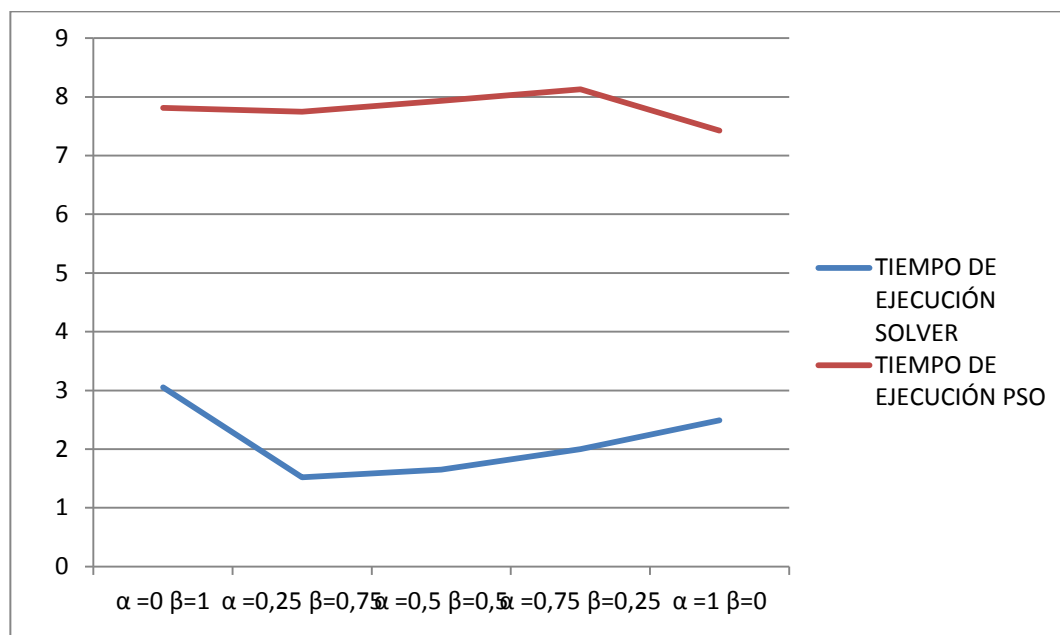


Figura 9.4.3: Comparativa del tiempo computacional del algoritmo PSO frente al SOLVER a C/P

10 Conclusión

La extensión de este Trabajo Fin de Grado se ha fundamentado en la resolución de un modelo matemático con función objetivo multicriterio, mediante un algoritmo basado en la exploración a través de nubes de partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO). Una vez desarrollado gracias al programa MATLAB, se han generado unos resultados los cuales han sido objeto de estudio y análisis. Seguidamente se han comparado estos mismo resultados con otros obtenidos a través de SOLVER, a través de los cuales se ha podido medir el nivel de eficiencia de las soluciones aportadas por esta particular técnica metaheurística.

En primer lugar, una vez definido el problema resolver, la inversión en una cartera de bonos soberanos, se estableció tres horizontes temporales a 10 años(L/P) ,a 3 años(M/P) y a 6 meses(C/P) para estudiar el comportamiento de los resultados en cada uno de ellos .En cada uno de estos horizontes, se distinguían cinco escenarios distintos que dependían de la ponderación dada a los parámetros α y β , que fijaban la actitud del inversor y la predisposición de este ante el riesgo y la rentabilidad.

Previamente, ante la variedad de países que emiten Deuda Pública , se hizo una selección n de 11 países que representasen una cartera variada, para ello este estudio se basó en las *ratings* de los años 2011 y 2012 extraídos de las tres Agencias de Calificación más influyentes del todo el mundo. La cartera final representaba tanto países de cuatro continentes y en situaciones muy diversas donde por ejemplo contrataban las mejores potencias económicas como EE.UU frente a países cuya economía se veía muy afectada por la crisis sucedida en aquellos años y con una situación inestable como era el caso de Grecia.

Para plantear el modelo teórico, se ha llevado a cabo una presentación acerca de la inversión, puntualizando la importancia del riesgo y la rentabilidad a la hora de resolver el problema base de éste trabajo.

También para una mejor compresión de la técnica metaheurística empleada para resolver el modelo. Se ha introducido una vista general de los algoritmos basados en Nubes de partículas y sus características principales.

Una vez recogida información suficiente para la compresión del modelo que se plantea, se dispone a resolverlo a través del PSO mediante funciones implantadas por Matlab. Para generar resultados eficientes, se tuvo que realizar una calibración experimental del programa, donde se fueron variando uno a uno cada parámetro dejando permaneciendo constantes el resto.

Una vez realizado el calibrado, se recogieron los datos de los 15 escenarios totales (5 escenarios por cada uno de los tres horizontes temporales) y fueron comparados su riesgo y rendimiento asociados con los resultados obtenidos mediante SOLVER del mismo modelo, los cuales conformaban la solución óptima del problema debido al uso de la programación lineal. Lo más significativo del análisis de los resultados al ser comparados es la gran similitud de las soluciones obtenidas, se ha podido comprobar que aun siendo el PSO una técnica metaheurística y teniendo las características de ésta, se han conseguido soluciones muy próximas al óptimo, por tanto de buena calidad y en algunos de los casos, como en los escenarios límites donde solo se tenía en cuenta el parámetro α o β , llega a encontrar el óptimo del problema planteado.

Por último, se ha realizado un estudio de medida del tiempo computacional de ejecución donde se pudo llegar a la conclusión de que la implementación de este tipo de técnicas metaheurísticas cobra especial interés a medida que el problema aumenta de tamaño. En los casos de tamaño pequeño implementados el programa SOLVER conseguía proporcionar la mejor solución en menor tiempo, pero para los casos de modelos a tratar de grandes dimensiones con carteras más amplia de países (o incluso incluyendo bonos corporativos de diferentes empresas y no solo soberanos) podría ser muy interesante el empleo de esta técnica.

11 Bibliografía

- Cruz Blanco, R. (2007). “Análisis y modelado de la gestión del riesgo”. Tesis de Master en OIGE. Universidad de Sevilla.
- Cruz Blanco, R. y Cortés Achedad, P. (2010). “Composición de carteras de inversión en títulos de renta fija utilizando modelos de optimización robusta por escenarios”. Dirección y Organización, Vol 41, pp. 68-85..
- León, T. y otros (2003). “Gestión de carteras con metodologías Fuzzy”. 27º Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Valencia
- Lozano, C. (2010). “Optimización robusta de carteras de inversión mediante Spead2”. Proyecto Fin de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid.
- Meneu Gaya, R. y Muñoz Murgui, F (2002). “Formación de carteras de renta fija con escenarios sobre los tipos de interés”. Revista Española de financiación y contabilidad., Vol 31, nº114, pp. 1151-1177.
- Ochoa García, S. (2008). “El modelo de Markowitz en la teoría de portafolios de inversión”. Tesis doctoral. Instituto Politécnico Nacional de México.
- Puerta, A. y Laniado, H. (2010). “Diseño de estrategias óptimas para la selección de portafolios, un análisis de la ponderación inversa al riesgo (PIR)”. Lecturas de Economía, Vol. 73, pp. 243-273.

- Villalba Vilá, D. (1998). “Un modelo de selección de cartera con escenarios y función de riesgo”. Revista española de financiación y contabilidad., Vol. 27 nº96, pp. 613-637.
- Cruz Gargallo, R.(2015): “Algoritmo genético para el diseño de carteras de inversión en bonos soberanos”

<http://www.bankofcanada.ca/>

<http://www.bankofgreece.gr/Pages/en/default.aspx>

<http://www.bcb.gov.br/pt-br/paginas/default.aspx>

<http://www.bcb.gov.br/pt-br/paginas/default.aspx>

<http://www.bde.es/bde/es/>

<http://www.bloomberg.com/>

<http://www.bportugal.pt/pt-PT/Paginas/inicio.aspx>

<http://www.datosmacro.com/>